

الحمد لله الذى ملأ فراغ الوجود باشكال مصنوعاته * وتنزه عن سمات
الجوهر والعرض فى قديم ذاته وصفاته * ابرز العالم من بديع اختراعه على خط
استواء * فسطح امتداد الارضين على اجسام الهواء * ورفع السماء متباعدة
الابعاد بلا عماد * فكانت الكائنات محكمة الاتقان على وفق ما اراد * والصلاة
والسلام على مسقط نقطة قلم الرساله * ومهبط وحى الحكمة والجمال والجلاله *
سيدنا محمد الذى تقاطعت على بعد سيفه اعناق الكافرين * وعلى آله واصحابه
وعترته وحزبه المفلحين * اما بعد فيقول الفقير الى مولاه الممجد * راجى عفوه
البيومي محمد * انه لما صدر الامر الكريم بالارتحال * فى تحصيل المعارف التى
بها تتفاضل الرجال * من سدة صاحب السعادة والتمكين * وحامى حمية الاسلام
والمسلمين * من انام الانام على بساط الامان * وجعلهم فى ظل رايات العدل
والاحسان * عزيز مصر ومهد الشام والحجاز واليمن * بعناية من عليه

بتأييد السعادة من * الغني عن تسمية مما شاع له من الكمال * الحرية مكارم اخلاقه بقول من قال

وماذا اقول وكيف القول في ملك * قد فاق كل ملوك الاعصر الاول

محمد انت ان احمدك مبتهلا * وان طلبت لك العلياء انت على

ولله در القائل

لسنا نسميك اجلالا وتكرمة * فقدرك المعتلي عن ذاك يكفينا

اذا انفردت وما شوركت في صفة * فحسبنا الوصف ايضاحا وتبيينا

اطال الله بقائه ايامه * ولا اغمد الا في رقاب اعدائه حسامه * وجعل تصاريف الاقدار من جملة جنده * ووهب له ملكا لا ينبغي لاحد من بعده

آمين آمين لا ارضى بواحدة * حتى ابلغها الفين آمينا

وكنت قد بلغت لوجوب امتثال ذلك الامر حد التكليف * حيث طبعت على حب المعرفة ولم يكن لاذاني غير التغني باسمها تشنيف * فاندرجت مع من شمر عن ساق الارتحال * وتوجهنا الى مدينة باريز لتحصيل مزايا الكمال * علما منا بان ذلك يكون عدة للمسلمين * وزيادة في قوة من اعتصم بحبل الله المتين * ولما دخلناها اختار كل منا اي فن اراده * وبذل همته فيه واجتهاده * وتتبعنا مدارسها * ولازمنا فلاسفها * حتى استخرجنا خبايا مطالب العلوم المندرسة * واختصصت بالتصدى لعلم الهندسة * فاجتهدت في دراستها * ولازمت فحول مدارستها * حتى نظروني بعين الاعتبار * بعد ان اختبروني غاية الاختبار * واحضروني في مجالس الامتحان غير مرة * واتفقت على اعتراف لي كلمة اهل الخبرة * فأعطوني امارة من اشتمل من العرفان بردائه * وتلك الامارة رق غزال فيه ختم ملكهم ووزرائه * ومن دواعي العناية والاسعاف * ويمن السعادة وخفي الالطاف * انه كان الناظر علينا في ارتقاء درج تلك المعالي * حضرة مختار بيك رئيس المجلس العالي * فكان يتعهد تعليمنا بالغدو والآصال * وبذل الجهد في تبليغ الآمال * حتى من الله علينا بحصول المراد * فحمدناه حمدا يؤذن بالازدياد * ثم انصرف سعي بخالص النية مشكورا * ورجعت الى اهلي

بما ظفرت مسرورا * ثم عرضت عنوان صحايف اسفارى * وعجايب ما اتقنت
معرفته فى اسفارى * على بهجة الزمان * وغطمطم العرفان * حضرة [illegible] اللواء
ادهم بك مدير عموم المهمات الحربيه * ومركز دوائر افلاك الصنايع [illegible] ية
والعملية * فكنت فى ذلك كمن قابل الصباح بالمصباح * اوواجه الفريضة
بالمباح * فقلت فى نفسى اين المحجة من اللحجه * وشتان بين التعاسيف والمحجه *
واقتفيت حسن آثاره * واقتبست من ساطع انواره * حتى عرفنى حقايق
الاصطلاحات * وبين لى تفاصيل المجملات * واوضح لى ابهام ما اشكل * وسهل لى
صعوبة ما اعضل * ولما وصلت بحسن ارشاده الى هذه الغايه * شرعت
فى افادة ما عندى من الدرايه * واخترت هذا الكتاب فى الهندسة
الوصفية * واردت ان اترجمه من اللغة الفرنساوية الى اللغة
العربية * لانه مع قلة حجمه كثير الافاده * ليس
لاقليدس من كنز جوهره الا قلاده *
وهذا اوان الشروع فى المرام *
ونسأل الله حسن
الختام

م

(مقدمه)

الهندسة الوصفية تحتوى على ثلاث منافع الاولى رسم الاجسام على
سطوح مستوية معناها ان الجسم الذى له ثلاثة ابعاد يمكن رسمه على السطح
المستوى الذى ليس له الا بعدان الثانية رسم البلاد على سطح بسيط واحد
الثالثة معرفة الاشياء من بعد رسمها

جميع الاجسام يمكن النظر اليها كانها مركبة من جملة نقط ولذلك يلزم ان
يبتدى بوجود موضع نقطة فى الفراغ اعنى جوف الهواء فحيث ان الفراغ
لا حدود له بل هو متشابه من جميع الجهات يحتاج ان نجعل وجود تلك النقطة
التى فى الفراغ بطريقة لا تكون لازمة للفراغ نفسه والمقصود شرح الطريقة السهلة
التى تدل على وجود نقطة فى الفراغ فلاجل ذلك يعرف انه يوجد ثلاث طرائق
لادراك نقطة فى الفراغ الاولى من بعد ادراك ابعاد هذه النقطة لنقط معلومة
فى الفراغ الثانية من بعد ادراك ابعاد هذه النقطة الى خطوط مستقيمة ايضا
معلومة فى الفراغ الثالثة من بعد ادراك ابعاد هذه النقطة الى سطوح مستوية
مفروضة ايضا فى الفراغ فالطريقة الاولى ينبغى لها رسم كرات ووجود خطوط
تقاطعها والطريقة الثانية تحتوى ايضا على رسم اسطوانات ووجود خطوط
تقاطعها فهذه الطريقة اعظم صعوبة من الطريقة الاولى واما الطريقة الثالثة
فلا تحتاج الا الى رسم سطوح مستوية فقط متوازية للسطوح المذكورة وبالابعاد
المعلومة فحيث ان رسم السطوح اسهل من رسم الاجسام التى ذكرت سابقا
فى بيان الطريقتين الاولين يحتاج ان نستعمل الطريقة الاخيرة ولكن
ليس كما يستعملونها فى علم تطبيق الجبر بالهندسة لمعرفة نقطة فى الفراغ فالذى
اظهر الهندسة الا ... فية كان مراده الاختصار فاكتفى بسطحين عوضا
عن الاحتيا ... طوح لاجل وجود نقطة فى الفراغ ولذلك صارت
الهندسة ا ... بة ولكن افا ... لى التعب الذى يحصل
للانس ...

فى بيان تعاريف الهندسة الوصفية

١ الخط الذى يسمى خطا راسيا هو العمود الواقع على سطح الماء الراكد كماء المحيط او الخط الذى يتبع الجسم فى وقوعه من اعلى الى اسفل والخط العمود على الخط المذكور يسمى خطا افقيا

٢ الخط المنسوب لنقطة او جملة نقط مكلفة بقاعدة واحدة يسمى رسما هندسيا مثلا الرسم الهندسى المنسوب لمراكز الدوائر المتقاطعة بنقطتين معلومتين * هو الخط العمود على الخط الواصل بين النقطتين المذكورتين وكذلك الرسم الهندسى الحاصل من المعادلة * ف (س،ص) = ٠ هو الخط المركب من النقط المنتهية من قيمتى س و ص اللتين يصلحان للمعادلة المذكورة

٣ موقع العمود النازل من نقطة على سطح يسمى مسقطا لهذه النقطة ومسقط خط على سطح هو الخط المركب من جميع مواقع العواميد النازلة من جميع نقط الخط المرقوم على السطح المذكور (شكل ١)

النقطة والخط يمكن اسقاط كل منهما على سطح من غير انزال عمدان على هذا السطح ولكن يلزم ان تكون الخطوط النازلة على السطح موازية لخط منحرف او مائل على سطح المسقط

٤ السطوح المسقوط عليها تسمى سطوح المسقط فلاجل ان نشرح على استعمال المساقط يلزم ان نبتدأ بالشئ الاسهل مسقطا وهو النقطة ولذلك يفرض فى الفراغ سطحان مستويان عمودان على بعضهما ونميزهما من بعضهما بتسمية الاول سطحا افقيا والثانى سطحا رأسيا وهذان السطحان يسميان ايضا سطحى المسقط وخط تقاطعهما يسمى خط الارض اوفصلا مشتركا مسقط النقطة التى فى الفراغ على السطح الافقى يسمى المسقط الافقى لهذه النقطة وكذلك مسقطها على السطح الرأسى يسمى المسقط الرأسى وايضا مسقط خط على السطح الافقى يسمى المسقط الافقى لهذا الخط ومسقطه على السطح الرأسى يسمى المسقط الرأسى للخط المذكور واما السطوح لستوية خط

تقاطع ... مع السطح الافقى يسمى الاثر الافقى لهذا السطح وخط تقاطع
ال ... السطح الرأسى يسمى اثرا رأسيا للسطح المذكور

• ... قطا نقطة فى الفراغ على سطحى المسقط يمكن ادراك موضع هذه
النقطة باقامة عمودين على هذين السطحين من هذين المسقطين فنقطة تقاطع
هذين العمودين هى النقطة المطلوبة بحيث ان هذه النقطة يلزم ان توجد
على كل من العمودين المذكورين (شكل ٣)

اذا وجدت نقطتان على سطحى المسقط فغالبا لا تكونا حادثتين
من نقطة واحدة فى الفراغ ويفهم ذلك بانزال عمود على خط الارض
من كل واحدة من النقطتين المذكورتين فاذا كان هذان العمودان
يتقابلان فى نقطة واحدة على خط الارض يعلم من ذلك ان النقطتين حادثتان
من نقطة واحدة واذا لم يحصل ذلك فهاتان النقطتان ليستا مسقطى نقطة
واحدة والاثبات على ذلك حيث ذكر سابقا انه اذا علم مسقطى نقطة
فى الفراغ على سطحى المسقط فتوجد هذه النقطة باقامة عمودين على
هذين السطحين من نقطتى المسقط فنقطة التقاطع هى النقطة المطلوبة لانه اذا
قدرنا سطحا مارا بهذين العمودين فهذا السطح يصير عمودا على سطحى المسقط
وكذلك على خط تقاطعهما فخطا تقاطع السطح المذكور مع سطحى المسقط
يصيران ايضا عمودين على خط الارض ويتقاطعان بنقطة واحدة على هذا
الخط فهذا البرهان هو المطلوب

العمود النازل من المسقط الرأسى على خط الارض هو مقدار ارتفاع النقطة
الفراغية على السطح الافقى والعمود النازل من المسقط الافقى على خط الارض
هو مقدار ارتفاع النقطة فى الفراغ على السطح الراسى لان هذين العمودين
موازيان ومساويان للعمودين النازلين من النقطة الفراغية على سطحى
المسقط حيث ان الجميع اضلاع مستطيل واحد

(شكل ٢) اذا كانت نقطة على سطح من سطحى المسقط تكون مسقطا
لنفسها على ذلك السطح ومسقطها على السطح الاخر هو موقع العمود

النازل منها على خط الارض

٦ وقد يعلم مقدار خط وموضعه فى الفراغ من بعد ادراك مسقطيه على سطحى المسقط (شكل ٣) لاننا اذا فرضنا نقطة ا من الخط الفراغى المجهول وانزلنا على السطح الافقى عمودا من هذه النقطة نجد مسقطها الافقى ب على المسقط الافقى الذى هو م ه للخط المجهول واذا انزلنا من نقطة ب النقطة المجهولة عمود ب ح على خط الارض واقمنا من نقطة ح ايضا عمودا على هذا الخط فهذا العمود يقطع المسقط الراسى بنقطة س فنقطتا ب و س هما مسقطا نقطة ا المجهولة وبالعكس نقطة ا مسقطاها هما ب و س .
فما ذكرناه على المسقط الافقى يمكن اجراؤه على المسقط الراسى فيفهم من ذلك انه اذا فعلنا بجميع نقط المسقطين وهما م ه و ه و كما فعل بنقطتى ب و س اعنى نبحث عن النقط المطابقة لنقطة فى الفراغ وبعد وجودها نقيم منها عمدانا على سطحى المسقط فتقاطع كل عمودين قائمين من نقطتين مطابقتين يحدث نقطة فى الفراغ من الخط اللازم فالخط المركب من تلك النقط هو الخط المطلوب

٧ الى الان قد استعملنا سطحين لمعرفة نقطة او خط فى الفراغ من بعد ادراك مسقطيهما على هذين السطحين ولكن هذا ليس هو المقصود بل المراد وجودهما باستعمال سطح مستو واحد فلاجل بلوغ المراد نفرض ان السطح الراسى يدور حول خط الارض الذى هو خط تقاطع سطحى المسقط كباب طابقة حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى (شكل ٤)
ففى هذه الدورة مسقط س الراسى لنقطة م فى الفراغ يرسم قوس دائرة س ث حيث ان خط س ه لم يزل عمودا على خط الارض دائما يحتاج ان مسقطى ف و س يصيران على عمود واحد على خط الارض

الشكل المسطح المستوى الذى يورى جسما يسمى رسما لهذا الجسم فلاجل معرفة الاجسام المرسومة على سطح مستو واحد يلزم ان

ينظر السطح الرأسى كأنه رجع الى حالته الاولى اعنى عمودا على السطح الافقى
(شكل ٥)

قد ذكرنا فيما مر ان الهندسة الوصفية تحتاج الى سطحين مستويين ولكن لم نذكر ما السبب فى ذلك والسبب علمنا انه تستعمل ثلاثة سطوح مستوية لوجود نقطة فى الفراغ فى علم تطبيق الجبر على الهندسة لان معرفة كل مسقط سطح تحتاج الى خطين عمودين على بعض مثلا لمعرفة المسقط الرأسى يلزم خطا ا ب و ا ص عمودين على بعض (شكل ٥ ٦)

وكذلك المسقط الافقى يلزم له خطا ا ب و ا ط عمودين على بعض ولكن خطا ا ص و ا ط يحدثان بينهما سطحا مستويا ثالثا فهذا السطح هو اللازم لعلم تطبيق الجبر على الهندسة ولكن لا فائدة له فى الهندسة الوصفية

٩ قد فرضنا ان السطحين المستعملين فى علم الهندسة الوصفية غير محدودين ولكن يحدث بينهما اربع زوايا كل نقطة فراغية يوجد لها موضع فى احدى تلك الزوايا فيحتاج البحث على وجود هذه النقطة فى اى زاوية كانت بعد ادراك مسقطيها على السطحين المذكورين

اولا اذا فرض ان نقطة م التى فى الفراغ موضوعة فى الزاوية العليا التى على اليمين (شكل ٧) فمسقطاها الراسى والافقى هما ف و س فاذا قدرنا ان السطح الراسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففى هذه الدورة نقطة س ترسم قوس دائرة وتقع على نقطة سَ فمسقطا النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط كما فى (شكل ٨)

ثانيا اذا كانت نقطة م التى فى الفراغ موضوعة فى الزاوية العليا التى على الشمال (شكل ٩) فمسقطاها الرأسى والافقى هما ف و س
فاذا [illegible] الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا
واحدا مع [illegible] فقى ففى هذه الدوره نقطة س ترسم قوس دائرة
وتقع على سَ [illegible] قطا النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط
كما [illegible]

ثالثا اذا فرض ان نقطة م التى فى الفراغ موضوعة فى الزاوية السفلى التى على اليمين (شكل ١١) فمسقطاها الرأسى والافقى هما ف و ﺳ فاذا قدرنا ان السطح الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففى هذه الدورة نقطة ﺳ ترسم قوس دائرة وتقع على ﺳ' فمسقطا النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط كما فى (شكل ١٢)

رابعا اذا فرضنا ان نقطة م التى فى الفراغ موضوعة فى الزاوية السفلى التى على الشمال (شكل ١٣) فمسقطاها الراسى والافقى هما ف و ﺳ. فاذا قدرنا ان السطح الراسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففى هذه الدورة نقطة ﺳ ترسم قوس دائرة وتقع على نقطة ﺳ' ويوجد مسقطا النقطة المذكورة على سطحى المسقط كما فى (شكل ١٤)

١٠ مسقطا الخط المستقيم على سطحى المسقط هما خطان مستقيمان (شكل ١٥)

ولاجل ان نثبت تحقيق هذه القاعدة نفرض انزال عمود ا م من نقطة م حيث ما اتفق من نقط الخط الذى فى الفراغ على السطح الافقى وننشئ سطحا بهذا العمود وبالخط المعلوم فهذا السطح يصير عمودا على السطح الافقى ويقطعه فى خط ا ﺳ فاذا القينا عمودا على السطح الافقى من كل من نقط ا ﺳ فهذه العواميد تصير داخل السطح المذكور وتنتهى الى نقط الخط المعلوم وبالعكس اذا انزلنا عواميد على السطح الافقى من نقط الخط المعلوم فمواقعها على هذا السطح توجد على خط تقاطع السطح العمودى مع السطح الافقى (بند ٣) فمن ذلك يفهم حقيقة الشرح الذى ذكر سابقا

يشار الى نقطة فى الفراغ بهذه الاشارة (ا , ﺳ) فى الهندسة الوصفية ومعناها النقطة التى مسقطاها ا و ﺳ وكذلك الخط يشار اليه بهذه الاشارة (ا ﺳ , ح ى) ومعناها الخط فى الفراغ الذى مسقطاه ا ﺳ و ح ى

السطح المار بخط في الفراغ وبعمود نازل من نقطة من هذا الخط يسمى سطحا [illegible] على السطح المسقطي

١١ اذا كان خط موازيا السطح من سطحي المسقط فمسقطه على السطح الثاني هو خط موازلخط الارض لانه اذا فرضنا سطحا مسقوطا من الخط المعلوم فهذا السطح يصير موازيا السطح المسقطي المذكور وخط تقاطعه بهذا السطح هو خط موازلخط الارض لان خطي تقاطع سطحين متوازيين بسطح ثالث هما متوازيان فهذه القاعدة تجري على خط مستقيم وخط منحن مستويا

١٢ اذا كان خط مستقيم عمودا على سطح من سطحي المسقط فمسقطه على ذلك السطح يكون نقطة ومسقطه على السطح الثاني يكون خطا عمودا على خط الارض فالاثبات على القاعدة الاولى ظاهر واما القاعدة الثانية فشرحها هو الاتي نفرض خط ا ب عمودا على السطح الراسي (شكل ١٦) وننزل عمودا على السطح الافقي من نقطة ب فالسطح المسقوط المنشأ من هذين العمودين يكون عمودا على سطحي المسقط وكذلك على خط تقاطعهما الذي هو خط الارض فجميع الخطوط المرسومة على السطح المذكور هي عواميد على خط الارض وكذلك مسقطا الخط المذكور وهذا هو المطلوب

اذا كان خط ممتدا على سطح من سطحي المسقط فهذا الخط هو مسقط نفسه على ذلك السطح ومسقطه على السطح الثاني هو جزء من خط الارض محصور بين العمودين النازلين من طرفيه على خط الارض

١٣ اذا كان خطان متوازيين في الفراغ فمسقطاهما على السطح الرأسي وعلى السطح الافقي هما ايضا متوازيان لان السطحين المسقوطين من كل من [illegible] على السطح الافقي متوازيان فخطا تقاطعهما [illegible] السطح [illegible] هما متوازيين

[illegible] جزء من خط مستقيم موازيا السطح من سطحي المسقط فمسقطه على [illegible] مستقيم مساو للجزء المذكور

في بيان تعاريف السطوح

١٤ اذا كان خطان مستقيمان متقابلين في الفراغ فهذان الخطان والفراغ الذي بينهما تحدث سطحا مستويا

خطا تقاطع سطح بسطحي المسقط هما الخطان المنتخبان لوجود هذا السطح لان ادراكهما سهل وحيث ان السطح المذكور لا يمكنه ان يقطع خط الارض الا بنقطه واحدة فمن ذلك يفهم ان خطي التقاطع المذكورين يلزم ان يتقابلا في نقطة واحدة من نقط خط الارض وهذان الخطان هما المسميان سابقا اثر السطح

١٥ اذا كان سطح موازيا لخط الارض فاثراه يكونان موازيين لهذا الخط لانه اذا كان اثر من الاثرين يتقاطع بخط الارض فنقطة التقاطع تصير مشتركة بين السطح المذكور وخط الارض وهذا لا يمكن لكونهما متوازيين بالفرض

١٦ اذا كان سطح عمودا على سطح من سطحي المسقط فاثره على السطح الثاني هو خط عمودا على خط الارض لانه اذا فرضنا مثلا ان السطح المذكور عمود على السطح الافقي فاثره على السطح الرأسي يصير عمودا على السطح الافقي وكذلك على خط الارض

١٧ اذا كان سطح عمودا على خط الارض فاثراه يصيران عمودا واحدا على هذا الخط

الدعوى الاولى العملى

(شكل ١٧) اذا علم مسقطا خط مستقيم على سطحي المسقط واريد استخراج نقطتي تقابل الخط المذكور بالسطحين المذكورين

نفرض ان اب خط الارض و حء و هو مسقطا الخط المعلوم وبعد ذلك نمد خط وء الى ان يقطع خط الارض بنقطة ز ونرفع عمودا على خط الارض من هذه النقطة ونمده حتى يقطع هو بنقطة ح فهذه النقطة هي نقطة تقابل الخط الفراغي مع السطح الرأسي وكذلك يفعل لايجاد نقطة تقاطع

الخط المذكور مع السطح الافقي يمد خط و هـ ايضا على استقامته حتى يقطع خط الارض فى نقطة ط ونقيم عمودا على خط الارض من هذه النقطة حتى ينتهى الى خط ح ى بنقطة ى فهذه النقطة هى المطلوبة

فى شكل هذه المسئلة فرضنا ان الخط الفراغى بقابل سطحى المسقط بنقطتين ظاهرتين للنظر اعنى امام هذين السطحين ولكن يمكن ان الخط المذكور يقابل سطحى المسقط من ورائهما فطريقة وجود نقطتى التقابل هى كما عرفناها عنها سابقا ولكن يلزم ان الخطوط المرسومة من وراء سطحى المسقط تكون منقوطة كما فى (شكل ١٨)

الدعوى الثانية العملى

(شكل ١٩) اذا علم المسقط الافقى لنقطة واثر اسطح مار بهذه النقطة واريد استخراج المسقط الرأسى الحادث من النقطة المذكورة

نجعل نقطة م المسقط المعلوم وخطى ا ب و ا ث الاثرين المعلومين فاذا فرضنا خطا مستقيما فى السطح المعلوم من النقطة الفراغية التى مسقطها م فالمسقط الافقى لهذا الخط يمر من نقطة م وهو ن هـ فاذا وجدنا المسقط الرأسى للخط المذكور يسهل علينا وجود المسقط المطلوب للنقطة المعلومة فلاجل ذلك ننبه اولا ان الخط المفروض فى السطح المعلوم لا يمكن مقابلته بالسطح الافقى الا بنقطة من نقط الاثر الافقى للسطح المعلوم وكذلك هذه النقطة يلزم ان توجد على المسقط الافقى للخط المفروض فنقطة تقاطع هذين الخطين هى النقطة المذكورة وبعد ذلك اذا انزلنا عمود و ح على خط الارض حيث ان نقطة و هى من نقطة الخط المفروض فمن ذلك يفهم ا ح تصير من نقط المسقط الرأسى للخط المفروض فنجد هذا . بمعرفة نقطة ثانية ولذلك نمد خط ف ى على استقامته حتى ... خط الارض فى نقطة ب فهذه النقطة هى المسقط الافقى لنقط... ط المفروض بالسطح المعلوم فاذا اقمنا عمودا على خط الارض

من نقطة ب فالنقطة المذكورة توجد اولا على هذا العمود وثانيا على الاثر الرأسى للسطح المعلوم فنقطة تقاطع هذين الخطين هى النقطة التى من نقط الخط المفروض فاذا وصلنا النقطة هـ بنقطة هـ د نخط هـ د هو المسقط الرأسى للخط المفروض والمسقط الرأسى للنقطة الفراغية التى مسقطها الافقى نقطة م يوجد على خط هـ د وعلى عمود م ن القائم من نقطة م على خط الارض فنقطة ن التى هى تقاطع خط م ن بخط هـ د هى المسقط المطلوب

ويمكن ان تحل هذه الدعوى بطريقة سهلة ولكن ليست عمومية كالطريقة السابقة (فشكل ٢٠ يغنى عن شرح هذه الطريقة وبه يوجد المسقط المجهول للنقطة المعلومة

الرسم الوصفى الاول

الدعوى الثالثة العملى

(شكل ٢١) اذا اريد امتداد خط مستقيم موازلخط مستقيم معلوم ايضا فى الفراغ من نقطة معلومة فيه

نجعل ث و د مسقطى النقطة المعلومة وخطى ا و ب مسقطى الخط المستقيم المعلوم فمن بعد ماذكر سابقا انه اذا كان خطان فى الفراغ متوازيين فمساقطهما تصير ايضا متوازية وكذلك هذان المسقطان يمران بمسقطى النقطة المعلومة ومن ذلك اذا مددنا من نقطتى ف و د خطين موازيين لخطى ا و ب فهذان الخطان يصيران مسقطى الخط المطلوب واذا اردنا بعد ذلك وجود طول اى مقدار جزء من الخط الذى مسقطاه ح ش و هـ ف تنبه اولا ان نقط اطراف مسقطى هذا الجزء يلزم ان تكون مثنى مثنى على عمود واحد على خط الارض كما فى (حد ٥) حيث ان تلك الاطراف هى مساقط اطراف الجزء الذى فى الفراغ وبعد ذلك اذا فرض ان ح ش و هـ ف مسقطا الجزء المطلوب من الخط الموازى نجد ان الجزء المطلوب الذى فى الفراغ هو الضلع الرابع من اضلاع شكل شبه

المنحرف والاضلاع الباقية واحد منها هو المسقط الافقي للجزء المطلوب والاثنان الآخران هما ارتفاعا اطراف جزء الخط الفراغي على السطح الافقي وهذان الارتفاعان مقدارهما ك ف و ى هـ (حد ٥) فاذا فرض بعد ذلك ان شبه المنحرف يدور حول ح ش حتى ينطبق على السطح الافقي ففي هذه الدورة ارتفاعا الجزء الذي مسقطه الأفقي خط ح ش لم يزالا عمودا على خط ح ش بحيث ان مقداري كف و ى هـ معلومان فاذا اقمنا في السطح الافقي عمودين من نقطتي ح و ش وقطعنا عليهما مقداري ش م و ح ن مساويين لارتفاعي ف ك و هـ ى ووصلنا بين نقطتي م و ن فخط م ن يصير مقدار الجزء المطلوب

الحل الثاني

اذا مددنا خط ن و موازيا لخط ح ش داخل شبه المنحرف الذي هو ح ن ش م (شكل ٢١) فطول الجزء المطلوب يدرك بوتر مثلث القائم الزاوية م و ن الذي له ضلع مساو للمسقط الافقي من الجزء المذكور والضلع الثاني م ر هو مسقط تفاضل ارتفاعي الجزء المذكور على السطح الافقي فاذا مددنا خطا موازيا لخط الارض من نقطة م واخذنا مقدار ح ش على ذلك الخط مساويا لخط ش ت ووصلنا بين نقطتي ت و ن فخط ت ن يصير مقدار الجزء المطلوب

الحل الثالث

(شكل ٢٢) نفرض ان خطي ا ب و ث د مسقطا جزء الخط في الفراغ فيتعرف من بعد ما ذكر سابقا انه اذا كان خط موازيا لسطح من سطحي المسقط فمسقط هذا الخط على السطح المذكور يساوي للخط نفسه (حد ٥ ١) فمن ذلك اذا فرضنا ان الخط المذكور يدور حول النقطة التي مسقطاها ب و د حتى يصير موازيا للسطح الرأسي ففي هذه الدورة نقطة (ا , ث) ترسم قوس دائرة موازيا للسطح الافقي فمسقط هذا القوس على السطح الرأسي خط مستقيم

موازلخط الارض فبهذه الصورة مسقط الخط الفراغي على السطح الافقي يصيرخط ب هـ فاذا انزلنا عمودا على خط الارض من نقطة هـ فهذا العمود يشتمل على مسقط الطرف المتحرك من الخط الفراغي في مكانه الآن لكن هذا المسقط يوجد ايضا على خط ق و فنقطة التقاطع ف هي المسقط المطلوب واذا وصلنا بين نقطتي ف و ى نخط ف ى هو المسقط الرأسي للخط المعلوم حين جعل موازيا للسطح الرأسي و بعد ذلك خط ف ى وطول الجزء المطلوب فاذا اطلعنا على رسم هذا الحل نجده مشابها لرسم الحل الثاني

الدعوى الرابعة العملي :

(شكل ٢٣) اذا اريد امتداد سطح موازلسطح آخر من نقطة مفروضة في الفراغ نفرض خطا مستقيما كل ما كان في السطح المعلوم ونمد خطا موازيا للخط الاول من النقطة المعلومة فالسطح الذي يمر بالخط الموازي هو السطح المطلوب فلاجل رسم ما ذكرناه على سطحي المسقط نفرض ان خطي ا ب و ا ث اثرا السطح المعلوم و م و ق مسقطا النقطة المطلوبة ونفرض خطا مستقيما في السطح المعلوم فسقطه الافقي يكون ى هـ ويوجد مسقطه الرأسي ح ش كما مر ونمد خطا موازيا للخط المفروض في السطح المطلوب فسقطا هذا الخط يصيران موازيين لخطي ى هـ و ح ش وهما م ب و ق ب وحيث ان السطح المطلوب يلزم ان يشتمل على هذا الخط فنقطتا تقابله مع سطحي المسقط يصيران من نقط اثري السطح المطلوب فاذا مددنا خطين موازيين لخطي ا ب و ى ث من نقطتي ك و ب فهذان الخطان يصيران اثري السطح المطلوب

الحل الثاني

عوضا عن ان يفرض خط كل ما كان في السطح المعلوم يفرض خط يكون مسقطه الافقي موازيا للاثر الافقي من السطح المعلوم وبتم وجود اثري السطح

المطلوب كما ذكرنا في الحل الاول

الدعوى الخامسة العملي

اذا علم مساقط ثلاث نقط في الفراغ واريد رسم سطح مستو مار بهذه النقط نصل النقط في الفراغ بخطوط مستقيمه ونأخذ خطين منها ونبحث عن وجود نقط تقابل هذين الخطين بسطحي المسقط فهذه النقط تكون من نقط اثري السطح المطلوب فاذا وصلنا بين كل نقطتين منها بخط مستقيم فهذان الخطان يصيران اثري السطح المطلوب واذا بحثنا ايضا عن وجود نقطتي تقابل الخط الثالث بسطحي المسقط تجدهما على اثري السطح المطلوب فذلك ينظر كبرهان حقيقي لهذا الحل (شكل ٢٤)

الرسم الوصفي الثاني

الدعوى السادسة العملي

اذا كان سطحان معلومين في الفراغ واريد استخراج خط تقاطعهما شكل ٢٥) نفرض ان خطي ا ث و ا ب اثرا السطح الاول وخطي ب ى و ث ى اثرا السطح الثاني فخط التقاطع المطلوب يلزم ان يكون في السطح الاول وكذلك في السطح الثاني فنقطتا تقابله بسطحي المسقط يلزم ان تكونا على اثري السطح الاول وكذلك على اثري السطح الثاني ويفهم من ذلك ان نقطتي ب و ث اللتين هما تقاطع هذه الاثار نقطتا تقابل الخط المطلوب بسطحي المسقط فاذا انزلنا عمودا من نقطة ب على خط الارض فالموقع لهذا العمود هو نقطة من نقط المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب وحيث ان نقطة ث هي ايضا من نقط المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب فخط و ث هو المسقط الراسي المطلوب ويثبت كما تقدم ان ب ف هو المسقط الافقي لخط التقاطع المطلوب ويوجد الخط نفسه بعد مسقطيه وهذا هو المقصود

في الحل الذي ذكرناه فرضنا ان اثار السطحين المعلومين تتقاطع ولكن يمكن

ان هذه الآثار توجد على حالات اخر على سطحى المسقط ولذلك يلزم ان نذكر تلك الحالات

الحالة الاولى اذا كانت اثار السطحين المعلومين متوازية على سطحى المسقط فغالبا يكون هذان السطحان متوازيين لانه اذا كانت الآثار متوازية فلا يمكن تقاطع السطحين المعلومين ولكن اذا كانت تلك الآثار موازية لبعضها وايضا لخط الارض ففى هذه الحالة يمكن تقاطع هذين السطحين فلاجل وجود خط تقاطعهما نجعل (شكل ٢٦) خطى هـ ف و ا ب اثرى السطح الاول وخطى ح ش و ش ى اثرى السطح الثانى فبهذا الوضع السطحان المذكوران يتقاطعان واذا انزلنا سطحا عمودا على خط الارض فاثراه يكونان و ش و و ب وتنظران نقطتى ب و ى من نقط اثار السطحين المعلومين على السطح الثالث فبعد ذلك اذا ادورنا السطح الثالث حول خط و ش حتى ينطبق على السطح الافقى فكل نقطة من نقط هذا السطح ترسم قوس دائرة فى سطح عمودا على و ش وبهذه الصورة نقطتا ب و ى يوضعان على خط الارض فى نقطتى م و ن فاذا وصلنا بين نقطتى ف و م وبين نقطتى ش و ن فخطا ف م و ش ن يصيران المسقطين الافقيين للخطين اللذين فى الفراغ الواصلين بين نقطتى ف و ب ونقطتى ف و ى فالخطان المذكوران يتقاطعان بالنقطة التى مسقطها ے فهذه النقطة هى نقطة مشتركة بين السطحين الاولين ولكن واقعة على السطح الافقى والنقطة الفراغية التى وضعت على نقطة ے بعد التحرك رسمت قوس دائرة موازية للسطح الراسي ومسقطها الراسى رسم ايضا قوس دائرة مساوية للاولى فاذا انزلنا عمودا على خط الارض من نقطة ے فنقطة الموقع ك تصير المسقط الراسى للنقطة الفراغية الموضوعة عليه فالنقطة المشتركة بين السطحين الاولين هى على خط تقاطعهما ولها مسقط افقى على خط موازلخط الارض وممدود من نقطة ے فاذا امددناهذا الخط يكون المسقط الافقى لخط التقاطع

المطلوب وبعد ذلك اذا فرضنا نقطة ح كمركز وببعد و ك يرسم قوس دائرة ك س فنقطة س تصير المسقط الراسي للنقطة المشتركة بين السطحين المعلومين وحينئذ اذا امددنا خطا موازيا لخط الارض من هذه النقطة فهذا الخط يصير المسقط الراسي لخط تقاطع السطحين المعلومين ويدرك هذا الخط بعد معرفة مسقطيه

الحالة الثانية

اذا كان اثرا السطحين المعلومين متوازيين على السطح الافقي والاثران الراسيان يتقاطعان فلاجل وجود خط تقاطع السطحين المذكورين نفرض خطا افقيا موازيا للاثرين الافقيين للسطحين المعلومين فالمسقط الراسي لهذا الخط (شكل ٢٧) يصير موازيا لخط الارض فاذا امددنا خط د موازيا لخط الارض من نقطة ح التي هي نقطة تقاطع الاثرين الراسيين للسطحين المعلومين فهذا الخط هو المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب واما من جهة المسقط الافقي فننزل عمود ح ج على خط الارض من نقطة ح ونمد خط ج و المستقيم موازيا للاثرين الافقيين من نقطة الموقع ج فهذا الخط يصير المسقط الافقي لخط التقاطع المطلوب ويفعل كما ذكرنا اذا كان الاثران الراسيان متوازيين على السطح الراسي

الحالة الثالثة

اذا كانت آثار السطحين المعلومين لا تتقاطع على سطحي المسقط ورقة الرسم فلاجل وجود خط تقاطعهما على هذه الورقة تقطع السطحين المعلومين بسطح قائم مواز للسطح الراسي فخطا تقاطع هذا السطح بالسطحين المعلومين يصيران موازيين للاثرين الراسيين من السطحين المذكورين فيهم بعد ذلك نقطة من كل من مسقطي خط التقاطع المطلوب واذ قطعنا ايضا السطحين المعلومين بسطح قائم ثان نجد نقطة ثانية من كل من مسقطي خط التقاطع المطلوب فبعد ذلك يسهل ادراك مسقطي هذا الخط واتخذ نسمه نسر شكل ٢٨

الدعوى السابعة العملي

اذا علم خط وسطح في الفراغ واريد وجود مسقطي نقطة تقابل الخط بالسطح عموما لاجل وجود نقطة تقابل سطح بخط يمد سطح من الخط المذكور يقطع السطح المعلوم فنقطة تقاطع الخط المعلوم مع خط تقاطع السطحين المذكورين هي النقطة المطلوبة ولاجل رسم هذا التعبير (شكل ٢٩) نجعل ان اب و اث اثرا السطح المعلوم و ده و فح مسقطا الخط المعلوم وبعد ذلك نبحث عن نقطتي تقابل هذا الخط بسطحي المسقط وهما م و ن ونمد خطي ثم و سم المستقيمين من هاتين النقطتين بشرط ان يتقاطعا في نقطة واحدة على خط الارض فهذان الخطان هما اثرا السطح الذي ذكرناه سابقا وبعد ذلك نبحث كامر على مسقطي ىس و ثش اللذين هما مسقطا خط تقاطع هذين السطحين فحيث ان سى و ثش يتقاطعان بخطي ده و فح اللذين هما مسقطا الخط المعلوم فنقطتا التقاطع ح و ف هما مسقطا النقطة المطلوبة فاذا كان الرسم صحيحا يلزم ان يكون مسقطا النقطة المطلوبة على عمود واحد على خط الارض

الحل الثاني

يمكن مرور سطح قائم بالمسقط الافقي للخط المعلوم وبقية الحل تتم بطريقة مشابهة لطريقة الحل الاول ينظر (شكل ٣٠)

تنبيه مفيد

الخط المعلوم يمكن ان يكون راسيا فلاجل وجود مسقطي نقطة تقابله بالسطح المعلوم نجعل (شكل ٣١) ان خطي سا و ثا هما اثرا السطح المعلوم وحيث ان الخط المعلوم راسي فمسقطه الافقي هو نقطة و ومسقطه الراسي هو عمود اثى على خط الارض فاذا فرضنا سطحا من هذا الخط فهذا السطح يصير غير منتهٍ ولا ينفع بشيء فلاجل بلوغ المراد نفرض

ان هذا السطح يكون موازيا للسطح الرأسى فاثره الافقى يصير خط ث ء
موازيا لخط الارض وهذا السطح يقطع السطح المعلوم بخط موازلخط ث ا
لان هذين الخطين هما تقاطع سطحين متوازيين بسطح ثالث فنقطة ح
التى هى على الاثرين الافقيين هى نقطة تقابل خط تقاطع السطحين المذكورين
بالسطح الافقى وحيث ان الخط المذكور لا يمكن مقابلته بالسطح الافقى الا فى
نقطة موجودة على كل من الاثرين الافقيين للسطح المفروض وللسطح المذكور
فاذا اسقطنا نقطة ح على السطح الرأسى فى نقطة م فهذه النقطة الاخيرة
هى من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المفروض مع السطح المعلوم
وحيث اننا نعلم ان هذا المسقط الراسى خط مستقيم موازلخط ث ا ويمتد من
نقطة م فنقطة ب التى هى تقاطع الخط الموازى مع خط هـ ء هى
المسقط الراسى للنقطة المطلوبة

يمكن ان نفرض ايضا ان الاثر الافقى للسطح الموازى للسطح الرأسى يكون
موازيا لخط ا ب فبهذه الطريقة يمكن وجود النقطة المطلوبة من غير مشقة

الرسم الوصفى الثالث

الدعوى الثامنة العملى

اذا كان سطح معلوم فى الفراغ ونقطة واريد انزال (شكل ٣٢) عمودا من تلك
النقطة على هذا السطح ووجود نقطة تقابل هذا العمود بالسطح المعلوم
تنبه اولا انه اذا كان خط عمودا على سطح فمسقطا هذا الخط عمودان ايضا
على اثرى هذا السطح لان السطح المسقوط من الخط العمودى على السطح
الافقى عمود على السطح الافقى وعلى السطح المعلوم فالاثر الافقى للسطح
المعلوم خط تقاطع سطحين عمودين على السطح الثالث الذى هو السطح
المسقوط فالاثر المذكور عمود على كل خط ممتد من موقعه على السطح
المسقوط فيكون عمودا ايضا على المسقط الافقى للخط المعلوم ويبحث عن المسقط
الرأسى للعمود المجهول كما بحث عن المسقط الافقى فلاجل وجود مسقطى

العمود المطلوب تنزل عمودين على اثرى السطح المعلوم من مسقطى النقطة المعلومة فهذان العمودان مسقطا العمود المطلوب

اذا كان مسقطا خط مستقيم عمودين على اثرى السطح فعموما هذا الخط عمود على هذا السطح ولكن هذا لا يصير صحيحا اذا كان اثرا السطح موازيين لخط الارض لانا نعلم ان مسقطى العمود على السطح المعلوم لا يصيران الا على عمود واحد على خط الارض واذا فرض سطح عمود على خط الارض من هذين المسقطين فكل خط من خطوط هذا السطح يصير مسقطاه على اثرى السطح المعلوم لان تلك الخطوط اعمدة على السطح المعلوم ويفهم من ذلك ان التعريف الذى ذكر سابقا ليس بعمومى

الدعوى التاسعة العملى

اذا اريد انزال عمود من نقطة معلومة فى الفراغ على خط مستقيم معلوم فيها فلاجل ذلك ننظر انه اذا فرضنا سطحا عمودا على الخط المعلوم وبعد ذلك نجعل من النقطة المعلومة سطحا موازيا للسطح الاول فهذا السطح يصير ايضا عامودا على الخط المعلوم ويقطعه فى نقطة فاذا وصلنا هذه النقطة والنقطة المعلومة بخط مستقيم فهذا الخط هو العمود المطلوب لان هذا الخط يمر بموقع الخط المذكور فى السطح الذى هو عمود عليه ومن ذلك يفهم ان الدعوى التى نبحث فى حلها مركبة من دعوتين حللتا سابقا ولكن لا ضرر ان نشرح رسمها

نجعل (شكل ٣٣) ا ب و ث ى مسقطى الخط المعلوم و م و ث مسقطى النقطة المعلومة فاذا انزلنا خطى ح ه و ح ف عمودين على مسقطى ا ب و ث ى فهذان الخطان يصيران اثرى سطح عمودى على الخط المعلوم واذا فرضنا خطا كيف ما اتفق فى هذا السطح ومسقطه الافقى يكون و ب ونبحث عن مسقطه الراسى نجده ف ك ونمد خطى ث ع , م ل موازيين لخطى ك ه و و ب من النقطة المعلومة التى

مسقطاها م و ق ونبحث عن نقطتى تقابل خطى قح ,م ل بسطحى
المسقط وهما ص و ز فاذا مددنا خطى ص ث , ز ث موازيين
لاثرى هـ ف و هـ ح من هاتين النقطتين فالخطان المذكوران يصيران
اثرى سطح عمودا على الخط المعلوم ومارا من النقطة المعلومة واذا بحثنا الان
عن نقطتى تقابل الخط المعلوم بسطحى المسقط وهما ر و ص
ووصلنا بين م و ر وبين ق و ص فخطا م ر و ق ص
هما مسقطا العمود المطلوب وبموجب ما مر يمكن وجود هذا العمود

الحل الثانى

(شكل ٣٤) نجعل دائم خطى ا ب و ث ى مسقطى الخط المعلوم
و م و ق مسقطى النقطه المعلومة ونفرض سطحا عمودا
على الخط المعلوم ولذلك نمد من النقطة المعلومة خطا مستقيما افقيا
موازيا للاثر الافقى المجهول للسطح المذكور فمسقطا هذا الخط تصيران
احدهما ق هـ عمودا على خط ا ب والاخر م ف موازيا لخط الارض
ونبحث عن نقطة تقابل الخط المذكور بالسطح الراسى فهذه النقطة تصير
من نقط الاثر الراسى للسطح العمود على الخط المعلوم المار بالنقطة المعلومة
واذا انزلنا بعد ذلك عمود ف و على ث ى من نقطة ف فهذا العمود
هو الاثر الراسى المذكور وننزل عمود و ز على خط ا ب من نقطة و
فهذا العمود هو الاثر الافقى للسطح العمود على الخط المعلوم ومابقى للحل يتم
كما فى الحل الاول

الدعوى العاشرة العملى

اذا علم سطح فى الفراغ واريد استخراج الزاويتين الواقعتين بينه وبين سطحى
المسقط

(شكل ٣٥) نجعل ا ب و ا ث اثرى السطح المعلوم ونقيم من اى
نقطة من نقط الاثر الافقى لهذا السطح عمودا على ذلك الاثر ونفرض من هذا

العمود سطحا راسيا فالاثر الراسى للسطح الاخير يصير خط هـ ب عمودا على خط الارض وحينئذ اذا نظرنا الى الخط الفراغى الواصل بين نقطتى ب و ى نجده عمودا على خط ا ث والزاوية الواقعة بين الخط المذكور وخط هـ ى تصير الزاوية الواقعة بين السطح المعلوم والسطح الافقى ولكن اذا تاملنا نجد ان خط ب ى وتر مثلث قائم الزاوية الذى ضلعاه ب هـ و ى هـ ولاجل رسم هذا المثلث على حقيقته ووجود الزاوية المطلوبة تدور سطح ب هـ ى حول خط ب هـ حتى يصير سطحا واحدا مع السطح المسقطى الراسى ففى هذا التحرك نقطة ى ترسم قوس دائرة بعد هـ ى وتقع على نقطة ف من خط الارض فاذا وصلنا بين نقطتى ب و ف فزاوية ب ف هـ تصير الزاوية المطلوبة

واذا بحثنا الان عن وجود الزاوية الواقعة بين السطح المعلوم والسطح الراسى نقيم عمود ح ش على اثر ا ب الراسى ونفرض سطحا عمودا على السطح المسقطى الراسى من خط ح ش فالاثر الافقى لهذا السطح يصير خط ش ث عمودا على خط الارض والخط الفراغى الواصل بين نقطتى ث و ح يصير عمودا على خط ا ب وبعد الاثبات السابق اذا قطعنا من خط الارض خط ش و = ح ش ووصلنا بين نقطتى و و ث فزاوية ش و ث تصير الزاوية المطلوبة وقد يمكن ايضا تدوير السطح الاول حول خط هـ ى والسطح الثانى حول خط ش ح من غير ان تحدث صعوبة

الرسم الوصفى الرابع

الدعوى الحادية عشر العملى

اذا كان سطحان معلومين واريد وجود الزاوية الواقعة بينهما على سطحى المسقط

نجعل (شكل ٣٦) ا ب و ا ث اثرى السطح الاول و ى ب و ى ث اثرى السطح الثانى ونبحث عن مسقط ب هـ الافقى لخط تقاطعهما

ولذلك يفرض فى الفراغ سطحا عمودا على خط تقاطع السطحين المعلومين فيصير هذا الخط عمودا على اثرى السطح الثالث على السطحين المعلومين فهذان الاثران يحدثان بينهما زاوية مساوية للزاوية المطلوبة فالسطح العمود على خط التقاطع له اثر افقى عمودا على خط هـ ب واثرا هذا السطح على السطحين المعلومين ينتهيان الى السطح الافقى فى نقطتى ح و ش فخط ح ش هو قاعدة المثلث الذى زاويته المقابلة للقاعدة هى الزاوية المطلوبة فالمقصود رسم هذا المثلث ولاجل بلوغ المراد يفرض سطح قائم من خط ب هـ فهذا السطح يحتوى على خط تقاطع السطحين المعلومين ويقطع ايضا السطح العمود على خط التقاطع فى خط متقابل بالسطح الافقى فى نقطة و وبعد ذلك اذا القى النظر بوجدان هذا الخط هو ارتفاع المثلث المطلوب ومع ذلك الخط المذكور هو عمود على خط تقاطع السطحين المعلومين فالان اذا دور السطح القائم من خط ب هـ حتى ينطبق مع السطح الافقى فنقطة ش التى هى نقطة تقاطع السطحين المعلومين مع السطح الراسى ترسم فى هذه الدورة قوس دائرة فى سطح عمودا على ب هـ وتقع على نقطة ف فمن ذلك خط ب ف هو خط تقاطع السطحين المعلومين موضوع على السطح الافقى وحيث ان ارتفاع المثلث المذكور عمود على هذا الخط فى التحرك الذى حصل لا يتغير وضع هذين الخطين المذكورين لانه انطبق السطح الذى احتوى عليهما فقط وبعد ذلك اذا انزل عمود ك هـ خط ب ف من نقطة هـ فهذا العمود مقدار ارتفاع المثلث ب ك واذا دور سطح هذا المثلث حول خط ح ش لاجل ان ينطبق على السطح الا[illegible] ن النقطة فى الفراغ التى هى راس المثلث المطلوب تقع على نقط[illegible] خط ع هـ واذا فرضت نقطة هـ كمركز ورسم قوس ت ك ببعد مساو لخط ك هـ ووصل بين ك و ح وبين ك و ش فزاوية ح ك ش هى الزاوية الحادثة بين السطحين المعلومين المطلوبة

طريقة اخرى

يطبق السطح القائم الذى يمر بخط ب ه على السطح الرأسى عوضا عن ان يطبق على السطح الافقى لخط ث ل يصير مقدار خط تقاطع السطحين المعلومين وخط ح غ يصير ارتفاع المثلث الذى ذكر سابقا ويصير مساويا لخط و ك اذا كان الرسم صحيحا

الدعوى الثانية عشر العملى

اذا كان خطان معلومين ومتقاطعين فى الفراغ واريد رسم الزاوية الحادثة من تقاطعهما على سطحى المسقط

(شكل ٣٧) نجعل ان خطى ا ب و ب ث وخطى ه و و ه ف مساقط الخطين المعلومين ولكن من حيث ان هذين الخطين متقاطعان يلزم ان مسقطى نقطة تقاطعهما ل و ه يكونان على عمود واحد على خط الارض فاذا كان الامر كذلك نبتدء بوجود نقطتى تقابل هذين الخطين بالسطح الافقى وهما ا و ث ونوصل بين هاتين النقطتين بخط ا ث فهذا الخط والخطان المعلومان تحدث مثلثا فى الفراغ والزاوية المقابلة لخط ا ث هى الزاوية المطلوبة فيلزم ان نبحث الان على رسم هذا المثلث ولاجل ذلك نعلم ان نقطة ب هى المسقط الافقى لرأس المثلث المطلوب فاذا انزلنا عمودا من نقطة ب على خط ا ث لخط ب و يصير المسقط الافقى لارتفاع المثلث وخط ه ح هو ارتفاع رأس المثلث على السطح الافقى فيفهم من ذلك ان هذا الارتفاع وتر مثلث قائم الزاوية الذى ضلعاه الاخران هما خطى ب و و ه ح فاذا اخذنا على خط الارض مقدار ح ش = و ب ووصلنا بين نقطتى ه و ش لخط ه ش يصير ارتفاع المثلث المذكور فاذا اخذنا من نقطة ه بعد و ك = ه ش ووصلنا بين نقطتى ا و ك وبين ث و ك فزاوية ا ك ث تصير الزاوية المطلوبة

يمكن اخذ المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين عوضا عن ان يؤخذ المسقط

الافقى لخط تقاطعهما لاجل حل المسئلة وطريقة الحل هى كما ذكرنا سابقا

الدعوى الثالثة عشر العملى

المقصود رسم الزاوية التى تحصل بين خط وسطح معلومين فى الفراغ الزاوية الواقعة بين خط ومسقطه على سطح يسمونها زاوية حاصلة او حادثة بين خط وسطح ومن ذلك اذا انزلنا عمودا على السطح المعلوم من نقطة من الخط المعلوم نجد ان الزاوية الحاصلة بين هذا العمود والخط المعلوم هى تمام الزاوية المطلوبة ورسم هذه الدعوى مركب من رسوم الدعاوى السابقة فلا يلزم ان نعيد ما ذكرناه سابقا واذا توقف الطالب فلينظر شكل ٣٨)

الرسم الوصفى الخامس.

الدعوى الرابعة عشر العملى

اذا كان خطان معلومان فى الفراغ واريد رسم بعدهما الاصغر على سطحى المسقط

فلاجل سهولة رسم حل هذه الدعوى نحلها اولا بطريقة الهندسة العادية ولذلك نجعل ا ب و ث د الخطين المعلومين فى الفراغ ونمد هـ ف موازيا لخط ث د من نقطة هـ حيث ما كانت من خط ا ب فخطا ا ب و هـ ف يحدثان سطحا موازيا لخط ث د ومن نقطة د تنزل خط د ح عمودا على سطح م ق ومن نقطة ح نمد ح ش موازيا لخط هـ ف ونأخذ على خط ق د من نقطة د بعد د ب مساويا لخط ش ح ونصل بين نقطتى ب و ش بخط ب ش فهذا الخط يصير عمودا مشتركا على خطى ا ب و ث د ويصير البعد الاصغر بين هذين الخطين حيث ان ش ح و ب د كل منهما موازٍ لخط هـ ف فهذان الخطان هما متوازيان وما عدا ذلك خط ب و ... ح ش وشكل ش ب د ح

متوازی الاضلاع ولکن زاویة د ح ش هی قائمة فلاجل ذلك متوازی
الاضلاع هو مستطیل وخط ب ش عمود علی الخطین المعلومین فالان
اذا وصلنا نقطة د مع ای نقطة حیث ما اتفق مثلا و من خط ا ب نجد
خط د و > ح ا و ب ش ونبحث کذلك علی ان کل خط واصل بین
نقطتین من خطی ا ب و د ث یکون اکبر من خط ب ش فیفهم
من ذلك ان خط ب ش هو البعد الاصغر بین الخطین المعلومین فنتأمل
الان ان خط ش ح هو مسقط خط ث د علی سطح م ۵ وایضا ان
هذین الخطین متوازیان لان ث د مفروض انه مواز لسطح م ۵
وننظر ایضا ان نقطة ش التی هی من نقط العمود المشترك علی الخطین
المعلومین هی نقطة تقاطع خط ا ب بمسقط ث د علی سطح
م ۵ فاذا وجدنا نقطة ش تنزل منها عمود ش ب علی سطح م ۵
فهذا العمود هو البعد الاصغر المطلوب

لاجل رسم ما ذکرناه علی سطحی المسقط اعنی وجود البعد الاصغر
الذی بین خطین معلومین فی الفراغ نجعل ا ب و ث د مسقطی
الخط الاول المعلوم و ه ف و ح ش مسقطی الخط الثانی
المعلوم ونبحث عن نقطة د التی هی تقابل الخط الاول بالسطح الراسی
ونمد خطا موازیا للخط الثانی المعلوم من النقطة التی مسقطها الافقی
ب فمسقطا هذین الخطین المتوازیین یصیران ب ب و د ك ونبحث
ایضا عن نقطتی ا و ب اللتین هما نقطتی تقابل الخط الموازی والخط الثانی
المعلوم بالسطح الافقی فالسطح المار بهذین الخطین یصیر موازیا لخط ه ف
و ح ش واثراه الراسیان والافقیان یصیران د م و ب م ونبحث
الان عن وجود مسقط الخط الثانی علی السطح المواز [illegible] المسقط مواز
للخط المذکور نفسه فیکفی معرفة ای نقطة علی سطحی المسقط من نقط کل
واحد من مسقطی المسقط المطلوب ولاجل ذلك ننزل عمودا علی سطح د م ا
من نقطة ف التی هی تقابل الخط الثانی بالسطح الافقی فمسقطا هذا

العمودالذان هما ل هـ و شـ ح المنزلان عمودين على السطح المذكور فاذا بحثنا عن نقطة تقابل هذين العمودين فى الفرخ بسطح ء ا م فمسقطا هذه النقطة يصيران ر و ع واذا مددنا من هاتين النقطتين خطين موازيين لخط هـ ف و ج ش يعلم مسقط الخط الثانى على سطح م ء ا حيث ان نقطتى م و غ هما مشتركا بين مسقطى خطى ا ب و ء هـ الاولين ومسقطى الخط الذى علمناه سابقا فنقطتا م و ح هما مساقطا النقطة التى هى فى الرسم بالهندسة العادية فاذا انزلنا من هاتين النقطتين عمودين على اثرى السطح المذكور فهذان العمودان يصيران مسقطين للعمود المشترك على الخطين المعلومين وجزاء هذين العمودين اللذين بين مساقط الخطين الاولين هما مسقطا البعد الاصغر بين الخطين المعلومين ويوجد مقدار هذا البعد بالطرق التى ذكرت سابقا

اذا اريد وجود البعد الاصغر فقط بين خطين معلومين من غير التعلق بموضعه فى الفراغ فحل الدعوى يصير مختصرا جدا لانه يكفى ان يعرف مقدار عمود نازل من نقطة من نقط الخط الثانى المعلوم على السطح المار بالخط الاول المعلوم حيث ان الخط المستقيم الغرافقى الواصل بين نقطتى ل و س هو خط تقاطع السطح المار بالعمود النازل من نقطة ف على سطح ء ا م مع هذا السطح فمن ذلك يفهم ان البعد الاصغر المطلوب هو عمود نازل من نقطة ف على التقاطع المذكور واذا طبقنا سطح ل و س القائم على سطح الافقى فى ل و ص وانزلنا ف ر عمودا على ل ص فهذا العمود هو البعد الاصغر المطلوب وهذا الحل يعتبر كبرهان لرسم الحل الاول

يمكن ايضا حل المسئلة الاولى بالطريقة الاتية ولاجل ذلك نفرض

سطحا موازيا للخطين المعلومين ومن كل من الخطين المذكورين نجعل
سطحا عمودا على السطح الاول وخط تقاطع هذين العمودين هو البعد
الاصغر المطلوب

الجزء الثاني من الهندسة الوصفية

تعاريف السطوح الظلية او المماسة للاجسام والخطوط العمودية على تلك السطوح الظلية

فى علم الهندسة الوصفية الخط المنحنى هو خط مركب من جملة نقط متتابعة واذا حكم على هذه النقط بان تكون على سطح مستو فالخط المنحنى المركب من النقط يسمى خطا منحنيا مستويا واذا كانت هذه النقط ليست على سطح مستو فالخط المنحنى المركب منها يسمى خطا منحنيا مضعف الانحناء

الخط المنحنى يعتبر كشكل كثير الاضلاع عدد اضلاعه غير متناه وكل ضلع صغير من الشكل المذكور يسمى عنصرا واذا امتد هذا الضلع يصير خطا مماسا للخط المنحنى المذكور

الخط المماس لخط منحن يعتبر كخط قاطع ولكن نقط التقاطع تجمع فى نقطة واحدة وهى نقطة التماس والخط العمود على الخط المماس يسمى خطا عموديا

الجسم هو رسم هندسى لخط منحن تارة لا تتغير صورة هذا الخط عند تنقله وتارة تتغير صورته وموضعه معا وحيث ان هذا التعريف صعب الفهم لكونه عاما يحتاج ان يوضح بامثال معلومة

الاسطوانات يمكن رسمها بطريقتين تارة من تحرك خط مستقيم موازدائما لخط مستقيم اخر معلوم ومتكىء فى مدة تحركه على خط منحن معلوم ايضا وهذا الخط المنحنى يسمى خط الاتكاء وتارة من تحرك خط الاتكاء فى نقطة واحدة على خط مستقيم فمن جميع النقط الاخر لذلك الخط المنحنى تحدث خطوط موازية للخط المستقيم المذكور وجميع تلك الخطوط المستقيمة المتوازية تحدث اسطوانة ويفهم من ذلك ان الخط المستقيم والخط المنحنى المفروضين لرسم الجسم الاسطوانى غير موضعهما من غير ان تتغير صورتهما

المخروطات يمكن ايضا رسمها بخط مستقيم يدار على نقطة معلومة ويدور حول هذه النقطة وهو مرتكز على خط منحن مغلق فالنقطة التي يمر بها الخط تسمى راس المخروط وتسمى غالبا مركز المخروط ففي هذه الحالة الخط المستقيم المفروض لرسم المخروط يغير موضعه من غير ان تغير صورته

ويوجد طريقة اخرى لرسم المخروط واشرح هذه الطريقة بفرض ان قاعدة المخروط دائرة وهي الخط المنحني المسمى سابقا خط الاتكاء ويقدر ان هذه الدائرة تتحرك بشرط ان مركزها لا يزال على خط مستقيم مار بمركز المخروط ونصف قطر هذه الدائرة ينقص دائما بالنسبة لبعد مركز المخروط اعني ان نصف قطر الدائرة ينقص كلما قرب مركزها من مركز المخروط وتصير نقطة واحدة مع مركز المخروط حين وصول مركزها اليه

اذا اريد امتداد المخروط من جهة راسه يمد الخط المار بهذا المركز على استقامته الى غير النهاية ويجعل مركز المخروط دائرة صغيرة جدا ومركزها يسير على الخط المستقيم المذكور ونصف قطرها يزيد بالتناسب مع بعد مركز الدائرة من مركز المخروط ومن حيث انا فرضنا ان الخط المستقيم لا نهاية له فنصف قطر الدائرة يزيد الى غير نهاية ومحيط الدائرة المذكورة يصير ايضا الى غير نهاية ففي هذه الحالة الخط الراسم غير موضعه وصورته معا

الجسم المسمى تحركيا هو جسم مرسوم من دوران خط منحن مستو حول خط مستقيم موضوع في اي جهة كانت في سطح هذا الخط المنحني ففي هذه الدورة كل من نقط الخط المنحني ترسم دائرة وكل هذه الدوائر عماد على الخط المستقيم المذكور المسمى محور الجسم فالجسم الحادث من هذا التشكيل هو الجسم المطلوب وينظر بعد ذلك ان الخط المنحني لم يغير الا موضعه دون صورته

وكذلك يمكن رسم الجسم التحركي بدوران دائرة ولكن بشرط ان يفضل دائما مركز هذه الدائرة على محور الجسم وسطحها عمودا على هذا المحور ونصف قطرها يتغير كل لحظة ويصير مساويا البعد نقطة تقاطع سطحها بالمحور على

بعد نقط تقاطع هذا السطح مع خط منحن كيف ما كان موضوعا فى الفراغ
ويفهم من ذلك ان الخط الراسم تتغير صورته وموضعه معا فالثلاثة امثلة
التى ذكرت تنبه على ان جميع الاجسام يمكن رسمها بتحريك خط منحن
محدود

السطح المار بمحور من جسم الاجسام التحركية يسمى سطحا قاطعا جانبيا
واذا كان هذا السطح عمودا على محور الجسم يسمى قاطعا معتدلا وخط تقاطع
السطح القاطع الجانبى بالجسم يسمى خطا جانبيا وخط تقاطع المعتدل بالجسم
يسمى معتدلا

الجسم المرسوم من دوران سطح قطع مكافئ حول قطر من اقطاره يسمى
كافيا مجسما

اذا انتقل خط راسم من موضعه لموضع اخر فى رسم جسم وكان موضعاه
فى سطح مستو واحد فالجسم المرسوم يمكن بسطه اى انفراده ولذلك يسمى
جسما مبسوطا لانه اذا فرضنا عنصرين فى الجسم المذكور واصلين بخط
مستقيم وقدرنا ان احدهما يدور مع الجسم حول الخط المستقيم المذكور
حتى ان سطحه ينطبق على سطح العنصر الثانى وفعلنا ذلك بجميع عناصر
الجسم فهذه العناصر تجتمع على سطح مستو واحد وتحدث انبساط الجسم
والسطح المستوى المذكور يسمى سطح السطح او سطح الانبساط

السطح المماس لجسم منحن فى نقطة معلومة هو سطح مار لخطين مماسين
لخطين منحنيين مارين بالنقطة المعلومة ومرسومين على الجسم المعلوم فلتحقيق
هذا التعريف يلزم ان نثبت ان جميع الخطوط المماسة لخطوط منحنية
مرسومة على الجسم المعلوم ومارة بالنقطة المعلومة على سطح مستو واحد
فلذلك نجعل ح م ش صورة الخط الراسم حين يمر بنقطة م ونجعل
م ى خطا منحنيا مرسوما على السطح المعلوم متوكيا على خط ح ش
وايضا نجعل م غ خطا منحنيا اخر كل ما كان مرسوما على الجسم المعلوم
ومارا بالنقطة المعلومة فاذا اثبتنا ان الخطوط المماسة لخطوط م ح

و م ى و ى غ المنحنية في سطح مستوواحد فالتعريف الذى ذكرناه
يصير صحيحا ولذلك ينظر الخط الراسم في موضعه الآن حين يسير على خط
م ى ويمر بنقطة مَ القريبة من نقطة م وبفرض ان ح ش هو الخط
الراسم المذكور ونقطة ح هى نقطة تقاطعه مع خط م غ فاذا وصلنا بين
نقطتى م و مَ وبين نقطتى ح و حَ بخطوط مستقيمة لانهاية لها
فالثلاثة خطوط تصير قواطع لخطوط م ى و م غ و ح ش المنحنية
وتصير ايضا في سطح مستوواحد فاذا قدرنا الآن ان خط ح ش يتحرك على
خط م ى ويقرب لموضعه الاول وبعد ذلك نفرض ان سطح الثلاثة خطوط
القاطعة يدور حول نقطة م بشرط ان يمر في وقت واحد بنقط ح م, حَ, و مَ
مع الخط الراسم ويقطع خطى م ى و م غ فهذا السطح المتحرك يركب دائما
من الثلاثة خطوط قاطعة المتحركة التى ذكرت سابقا وحين يأتى الخط الراسم
لموضع ح م ش فنقطة مَ المتحركة على خط م ى تنطبق على نقطة م
حينئذ نقطة ح تنطبق ايضا على نقطة م وفي خط ح ش نقطتا
ح و ش يصيران ايضا منطبقتين على بعضهما ففى هذه الصورة الثلاثة
خطوط القاطعة تصير مماسة لخطوط م ى و م غ و ح ش المنحنية
وتصير ايضا في سطح مستوواحد

واذا وجد في جسم طيتان اوطيات كثيرة تتقاطع كما يحصل في المخروطات
التى قاعدتها خط منحن موجود فيه نقط مضروبة اعنى مشتركة بين اجزاء خط
منحن واحد كنقطة م التى على الخط المنحنى للذى (في شكل ٢) ففى الاول
يظهر ان نقط تقاطع هاتين الطيتين لا يمكن اجراء تعريف السطح المماس الذى
ذكرناه سابقا عليهما ولكن اذا قدرنا نقطا مشتركة للطيتين نجد ان حالة هذه
النقط لا تغير تعريف السطح المماس فاذا تاملنا ان جميع الخطوط المماسة
للنقطة المذكورة يلزم ان تكون مفرقة على الطيتين كما تكون مفرقة على اجسام
غير متعلقة ببعضها وهى التى تتقاطع في محل واحد نجد ان السطح المماس
لكل منهما مخالفا للسطح المماس للآخر

تعريف السطح المماس الذى ذكرسابقا ليس بعمومى لجميع نقط الاجسام لانه يوجد فى النقط كلوع يسمى نقطا فريدة ولا يمكن اجراء تعريف السطح المماس على تلك النقط مثلا فى راس المخروط الاضلاع التى تتقاطع فى هذه النقطة هى خطوط موضوعة على الجسم ومماسة لنفسها ولكن هذه الاضلاع توجد مثنى مثنى فى سطوح مستوية مختلفة فيفهم من ذلك ان راس المخروط هى نقطة فريدة فى هذا الجسم حيث انه لا يمكن امتداد سطح مماس منها لان الخط الراسم المنحنى يصغر قربه من راس الجسم وحين يصل اليه يصير نقطة واحدة مع راس الجسم وذلك يدل على قلة امكان امتداد سطح مماس من هذه النقطة وكذلك فى الاجسام التحركية يوجد نقط لا يمكن امتداد سطوح مماسة لهذه الاجسام منها مثلا اذا كان الخط الجانبى لا يقطع محور الجسم لهذا الجسم فلا يمكن امتداد سطح مماس من نقط سطح الخط الجانبى

ويوجد اجسام لها سطوح مماسة افادتها تستحق كثرة التامل اليها نفرض اسطوانة ا ب ث وقاعدتها كيف ما اتفق فاذا جعلنا سطحا من ضلع من اضلاع الجسم ومن خط ب ث المماس لقاعدة هذا الجسم يكون هذا السطح مشتملا على جميع الخطوط المماسة للخطوط المنحنية المارة بنقطة ب والمرسومة على الجسم ويشتمل ايضا على جميع الخطوط المماسة بالخطوط المنحنية المرسومة على الجسم من جميع نقط خط ا ب اولا يضاح ذلك يكتفى باثبات ان سطح ا ب ث يحتوى على جميع الخطوط المماسة التى تخط م ص المماس لخط م ع المنحنى ولذلك نفرض ان سطح ا ب و مار بخط ا ب وبنقطة ب القريبة من نقطة ب فهذا السطح يقطع الاسطوانة بخط رش ويشتمل على خطين ب ر و م س القاطعين فاذا دار هذا السطح حول خط ا ب بشرط ان تقرب نقطة ر من نقطة ب فنقط التقاطع التى هى ر و س و س تفضل دائما على خط متحرك موازٍ لخط ا ب وحين توضع نقطة ر على نقطة ب تقع نقطة س على نقطة م اعنى

ان السطح المتحرك حين ياخذ موضع ا ب ث نخط م س القاطع المتحرك
الذى هو دائما على السطح المستوى المذكور يصير الخط المماس لخط م ص
المنحنى ولا يزال على السطح المفروض ويفهم مما ذكرناه ان السطح المماس
لاسطوانة فى نقطة من نقط ضلع من اضلاع هذا الجسم هو مماس فى جميع نقط
هذا الضلع

فالتعريف الذى ذكرناه من قبل السطح المماس لاسطوانة يجرى على
الاجسام المخروطية ولكن عوضا عن ان يكون الخط الراسم موازيا لخط ا ب
فى الجسم الاسطوانى يقطع دائما هذا الخط فى راس المخروط فى الجسم المخروطى
التعريف الذى ذكرناه للسطح المماس يجرى على جميع الاجسام البسيطة
التى الاسطوانات والمخروطات جنس منها

اذا كان خط م ى منحنيا وخط م ص مستقيما مماسا لهذا الخط المنحنى
فمسقطاهما على اى سطح يصيران ايضا مماسين لانه اذا اردنا ان نسقط الخط
المنحنى على السطح المعلوم نفرض من هذا الخط اسطوانة عمودا على سطح
المسقط ونفرض ايضا سطح م ص ر من خط م ص المماس فهذا
السطح يمس بالاسطوانة فى نقطة م ويلزم ان يكون ايضا مماسا لهذا الجسم
فى نقطة ب ومشتملا على خط ب ث المستقيم المماس لخط ب ث المنحنى
لخط ب ث المماس هو مسقط خط م ص على سطح المسقط

هذا التعريف يليق ايضا اذا كان يسقط الخط المنحنى والخط المماس به بخطوط
منحرفة على السطح المعلوم يلزم ان تكون الخطوط متوازية فقط

الطريقة التى قررناها لامتداد سطح مماس لجسم فى نقطة معلومة على هذا
الجسم تحتوى على البحث عن خطين مستقيمين مماسين لخطين منحنيين مارين
بهذه النقطة ومرسومين على الجسم المذكور ولكن فى الجسم المتحرك السطح
المماس لهذا الجسم فى نقطة من نقطه هو المنشى من الخطين المماسين بالخط
الجانبى وبالخط المعتدل

العمود على جسم فى نقطة هو خط مستقيم عمود على السطح المماس لهذا

الجسم فى هذه النقطة ويقطع السطح المماس فى النقطة المعلومة ويعلم من ذلك ان الخط العمودى لجسم تحركى فى نقطة كل ما كانت مثل م يوجد دائما فى سطح الخط الجانبى المار بهذه النقطة وايضا جميع الخطوط العمودية على الجسم المعلوم تتلاقى بمحور هذا الجسم ويفهم بالسهولة ان جميع الخطوط العمودية على الجسم المذكور فى نقط الخط المعتدل تتلاقى فى نقطة واحدة على خط المحور وجميع هذه الخطوط العمودية تحدث مخروطا معتدلا

اذا كان جسمان يتقاطعان فخط تقاطعهما خط منحن فلوجود الخط المستقيم المماس بخط التقاطع فى نقطة من نقط هذا الخط ننظر ان السطح المماس باول جسم فى النقطة المعلومة يشتمل على الخط المماس المطلوب وايضا السطح المماس بالجسم الثانى فى النقطة المعلومة يشتمل على الخط المماس المطلوب فيفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب هو خط تقاطع السطحين المماسين بالجسمين المعلومين فى النقطة المعلومة على الخط المشترك بين هذين الجسمين

اذا اريد وجود خط مماس لخط تقاطع جسم بسطح مستو فى نقطة من نقط خط التقاطع يفهم ان السطح المماس للجسم المعلوم فى النقطة المعلومة مشتمل على هذا الخط وكذلك السطح المعلوم فخط تقاطع هذين السطحين هو الخط المطلوب

بيان تقاطع الاجسام المنحنية بسطح مستو

الخط المنحنى الحادث من تقاطع جسم بسطح مستو يمر بجميع النقط الحادثة من تقاطع السطح المذكور مع جملة خطوط ممتدة على الجسم المعلوم مثلا اذا فرضنا خطا كل ما كان على الجسم المعلوم فهذا الخط يقطع السطح القاطع فى نقطة او جملة نقط وهذه النقط تصير من نقط الخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم فالخط المفروض يمكنه ان يكون خطا مستقيما او خطا منحنيا مستويا او خطا منحنيا مضاعف الانحناء

بيان حل مسائل تقاطع سطح بجسم

اولا اذا كان للجسم خط راسم مستقيم فالسطح القاطع يقطع هذا الخط فى نقطة فى جميع المواضع التى يمر بها وتوجد نقط تقابل هذا السطح بجميع هذه الخطوط بالطريقة التى ذكرناها سابقا والخط المار بهذه النقط هو خط التقاطع المطلوب

ثانيا اذا كان للجسم خط راسم منحن مستو ولكن سطح الخط المنحنى يغير موضعه والخط المنحنى نفسه يتغير على سطحه فسطح الخط الراسم اذا فرض فى محل معلوم يقطع السطح القاطع بالجسم فى خط مستقيم وهذان السطحان ليس لهما نقط مشتركة غير نقط تقاطعهما ويفهم من ذلك ان نقط تقاطع السطح القاطع بالخط الراسم المنحنى توجد على خط تقاطع السطحين المعلومين فاذا بحثنا عن وجود خط تقاطع السطحين المذكورين بالطريقة التى ذكرناها سابقا تكون نقط تقاطع هذا الخط المستقيم مع الخط الراسم من نقط خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم

ثالثا اذا كان للجسم خط راسم منحن مضاعف الانحنا فوضع هذه الحالة كالحالة الاولى

اذا فرض الخط الراسم فى محل معلوم على جسم مجدول يعتبر هذا الخط كخط من خطوط الاتكاء الثلاثة التى فى الجسم المجدول (الجسم المجدول المذكور مرسوم من تنقل خط مستقيم متكئ دائما على ثلاثة خطوط منحنية) وخطا الاتكاء الباقيين كل ما كان

اذا فرض خطان مستقيمان موضوعان باى حالة كانت بالنسبة لخط منحن معلوم واخذ نقطة من نقط هذا الخط المنحنى وفرض منها ومن خط مستقيم من خطوط الاتكاء سطح فهذا السطح يقطع خط الاتكاء الثانى فى نقطة فاذا وصل بين هذه النقطة والنقطة التى اخذت بخط مستقيم فهذا الخط هو من خطوط الجسم المجدول الذى يمر بالخط المنحنى المعلوم والسطح القاطع المقابل للخط المنحنى يقطع الجسم المجدول وسطح خط تقاطعه يشتمل على النقط المشتركة بين السطح القاطع والخط المنحنى المعلوم ويفهم من ذلك ان تلك النقط توجد

على سطح خط التقاطع المستوى من الجسم المجدول وعلى الخط المنحنى المعلوم وهى على خط تقاطعهما

اذا علم مسقطا خط منحن راسم لاجل وجود هذا الخط نفرض اسطوانتين مرسومتين بخطين مستقيمين عمودين على سطحى المسقط وقاعدتاهما الخطان المنحنيان المذكوران فكل من الاسطوانتين تشتمل على الخط المنحنى المذكور وتصير عوضا عن الجسم المجدول الذى له خطان تكايمستقيان ان كل ما كان مأخوذا من خارج الخط المنحنى المذكور فكل من الاسطوانتين تقطع السطح المستوى الذى يقابل الخط المنحنى المعلوم والنقط المشتركة بين هذا الخط المنحنى وخطى تقاطع السطح القاطع بالاسطوانة هى النقط المطلوبة

الرسم الوصفى السادس

المسئلة الاولى

المطلوب اخراج سطح مماس باسطوانة فى نقطة معلومة على هذا الجسم فنجعل ان خطى ا ب و ث ى مسقطا الخط المستقيم الموازية له اضلاع الاسطوانة ونفرض ان خط تقاطع الاسطوانة بالسطح الافقى تكون الدائرة التى مركزها هـ فالمساقط الافقية لاضلاع الجسم يلزم ان تكون موازية لخط ا ب والمساقط الراسية لهذه الاضلاع يلزم ايضا ان تكون موازية لخط ث ى وبعد ذلك اذا اردنا حدود المسقط الافقى للجسم المعلوم نمد للدائرة التى مركزها هـ خطين ح ش و ى ك مماسين وموازيين لخط ا ب فجميع المساقط الافقية لاضلاع الجسم تقع بين خطى ح ش و ى ك وتصير موازيه لهذين الخطين ولاجل وجود المسقط الرأسى للجسم المعلوم وحدود هذا المسقط نمد قطر ل م موازيا لخط الارض من مركز هـ ونسقط نقطتى ل و م الذين هما ناظر فى هذا القطر على السطح الرأسى فيصير مسقطاهما ن و ق فاذا تاملنا نجد ان المساقط الراسية لاضلاع الجسم تقطع خط الارض بنقط موضوعة بين نقطتى ن و و وحيث اننا نعلم ان المساقط الافقية لتلك الاضلاع

يلزم ان تكون موازية لخط ث ء فاذا امددنا خطى ى ح و و غ موازيين لخط ث ء من نقطتى ى و و فهذان الخطان يصيران حدود المسقط الرأسى للجسم الاسطوانى وبعد ذلك نجعل نقطة ف المسقط الافقى للنقطة التى على الجسم ويلزم امتداد سطح مماس للجسم المعلوم منها فننظر اولا ان نقطة ف هى مسقط افقى مشترك لنقطتين موضوعتين على الجسم المعلوم فى الفراغ لانه اذا اقمنا عمودا على السطح الافقى من نقطة ف فهذا العمود يقطع الاسطوانة فى نقطتين موجودتين على ضلعين من اضلاع الجسم اللذين مسقطاهما الافقيان يمران بنقطة ف وحيث اننا نعلم ان هذين المسقطين موازيان لخط ء ك فخط ص ف ش هو المسقط الافقى المشترك بين الضلعين المذكورين اللذين يشتملان على النقطتين فى الفراغ اللتين لهما مسقط افقى مشترك فى نقطة ف ونعلم ايضا ان جميع اضلاع الجسم لا يمكنها ان تقابل السطح الافقى الا فى نقط من نقط الدائرة التى مركزها ه ولا تقابله ايضا الا فى نقط من نقط مساقطها على هذا السطح فيفهم من ذلك ان الضلعين اللذين ذكرا سابقا يقابلان السطح الافقى فى نقطتى ش و ر فاذا اسقطنا نقطتى ش و ر على خط الارض فى نقطتى ت و س ومددنا خطين موازيين لخط ث ء من هاتين النقطتين فهذان الخطان يصيران المسقطين الرأسيين للضلعين المذكورين واذا اقمنا الان عمودا على خط الارض من نقطة ف فهذا العمود يقطع المسقطين الرأسيين اللذين وجدا فى نقطتى ع و غ وهاتان النقطتان يصيران المسقطين الرأسيين للنقطتين على الجسم اللتان لهما ف مسقط افقى مشترك واذا اردنا الان ان نجد اثر السطح المماس للجسم فى النقطة التى مسقطاها ف و غ نعلم بعد ما تقدم سابقا ان السطح المماس فى نقطة من اسطوانة يشتمل على جميع الاضلاع التى تمر بهذه النقطة واثره الافقى خط مماس بخط تقاطع الجسم بالسطح الافقى فى نقطة تقابل الضلع المار بالنقطة المعلومة مع السطح الافقى فاذا امددنا خط ف و مماسا للدائرة التى مركزها ه من نقطة ف فهذا الخط يصير الاثر

الافقى للسطح المماس المطلوب فلوجود نقطة من نقط الاثر الرأسى لهذا السطح تنظر انه من حيث ان الضلع المار من نقطة التماس لا يمكنه ان يقطع السطح الرأسى الا فى نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المشتمل عليه فاذا بحثنا عن نقطة ص التى هى نقطة تقابل الضلع المذكور بالسطح الرأسى نجدها من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس واذا وصلنا بين نقطتى ص و ر نخط ص ر هو الاثر الرأسى للسطح المطلوب ويدرك هذا السطح بعد اثريه وحيث ان الضلع الذى فرضناه يقطع قاعدة الجسم فى نقطتين يمر بكل منهما خط مماس لهذه القاعدة فيفهم من ذلك انه يوجد سطحان مماسان للجسم المذكور ويوجد السطح المماس الثانى بطريقة مشابهة للتى ذكرناها لوجود السطح المماس الاول

التصحيح الاول لرسم حل هذه المسائل

السطحان المماسان اللذان وجدناهما مارين بضلعين من اضلاع الجسم يلزم ان يكون خط تقاطعهما موازيا لهذين الضلعين لانه اذا فرضنا فى السطح الاول خطا موازيا للضلعين المذكورين من نقطة تقاطع الاثرين الافقيين للسطحين المماسين فهذا الخط الموازى يوجد على السطح الاول ولوجوب وجوده على السطح المماس الثانى يصير ايضا خط تقاطعهما واذا بحثنا عن خط تقاطع السطحين المماسين فهذا الخط يلزم ان يكون موازيا لمسقطى ا ب و ث ى فاذا كان الامر كذلك فالرسم صحيح

التصحيح الثانى

اذا فرضنا خطا افقيا فى انفراغ مارا من نقطة التماس وموجودا فى السطح المماس فى هذه النقطة فهذا الخط يصير موازيا للاثر الافقى للسطح المماس المذكور والمسقط الافقى لهذا الخط يصير خط ف ا موازيا لخط م ق ومسقطه الرأسى يصير خطا موازيا لخط الارض وحيث ان الخط المفروض لا يمكنه ان يقطع السطح الرأسى الا فى نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس

الذى يشتمل عليه فنقطة ب يلزم ان تكون على خط م ر
هذا التصحيح يمكن اجراؤه على السطح المماس الثانى

المسئلة الثانية

اذا اريد امتداد سطح مماس لاسطوانة من نقطة خارجة عن هذا الجسم فالخطوط التى رسمت فى ابتداء المسئلة الاولى لوجود محدود ومسقطى الاسطوانة لاتزال كما هى فى رسم الحل الذى اريد شرحه

وبعد ذلك نجعل ك و كَ مسقطي النقطة التى خارج الجسم ونمد خطا موازيا للخط الراسم اوالضلع الجسم من هذه النقطة فسقطا هذا الخط الموازى يصيران ك ا و كَ ثَ ونقطتا ب و م تصيران نقطتى تقابل الخط المذكور بسطحى المسقط والآثار الافقية للسطوح المارة من الخط الموازى للضلع ومن النقطة المعلومة يلزم ان تمر بنقطة ب وآثار السطوح المماسة للجسم المعلوم يلزم ان تكون مماسة للدائرة التى مركزها هـ فاذا امددنا خطى ب ى و ب ث مماسين للدائرة المذكورة من نقطة ب فهذان الخطان يصيران الاثرين الافقيين للسطحين المماسين للجسم المعلوم وممتدين من النقطة المعلومة وحيث ان الاثرين الرأسيين لهذين السطحين يلزم ان يمرا بنقطة م فاذا وصلنا بين نقطتى م و ى وبين م و ك فخطا م ى و م ك يصيران الاثرين الراسيين للسطحين المماسين للجسم المعلوم فى النقطة المعلومة

التصحيح الاول لرسم هذا الحل

ضلعا الجسم اللذان يمر منهما السطحان المماسان لهذا الجسم يلزم ان يكون كل منهما مقابلا للسطح الرأسى فى نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المشتمل عليه وحيث ان هذين الضلعين احدهما اثراه هـ ف ح و شَ ش ك والثانى اثراه ب ح و ر خ يفهم من ذلك ان هذين الخطين يلزم ان يتقابلا السطح الرأسى فى نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المشتمل عليه فاذا لم يحصل ذلك فرسم الحل ليس بصحيح

التصحيح الثاني

اذا فرضنا خطوطا افقية من نقطة ق و ث وفى السطحين المماسين للجسم المعلوم فهذه الخطوط يلزم ان تقطع السطح الرأسي فى نقطة من نقط الاثرين الرأسيين وهما م ث و م ى

المسئلة الثالثة

اذا اريد امتداد سطح مماس لاسطوانة وموازلخط معلوم فى الفراغ فالخطوط التى رسمت فى ابتداء المسئلة الاولى لوجود حدود مسقطى الجسم تستعمل فى رسم الحل الذى اريد شرحه وبعد ذلك نفرض ان خطى ع و غ مسقطا الخط الذى مرادنا امتداد سطح مماس للجسم وموازياله ونمد خطا موازيا للخط الذى مسقطاه ع و غ من نقطة (ب و ى) التى هى نقطة تقابل خط (ا ب و ث ى) مع السطح الرأسى فسقطا هذا الخط يصيران ب ح و ى ف ونبحث عن نقطة ح التى هى نقطة تقاطع الخط الموازى بالسطح الافقى فاذا وصلنا بين نقطتى ا و ح فخط ا ح يصير الاثر الافقى لسطح موازللسطح المماس المطلوب وحيث ان السطح المماس يلزم ان يمر بخطين موازيين للخطين اللذين حدث منهما السطح الذى اثره الافقى خط ا ح وكذلك يلزم ان تكون الاثار الافقية للسطوح المماسة للجسم المعلوم مماسة للدائرة التى مركزها هـ فيفهم من ذلك انه لاجل وجود الاثرين الافقيين للسطحين المماسين نمد خطى م ق و ح غ مستقيمين مماسين للدائرة المذكورة وموازيين لخط ا ح فالضلع الذى يمر منه السطح المماس الاول ومسقطياه ق ش و ب ك يقطع السطح الراسى فى نقطة و وهذه النقطة يلزم ان تكون من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المذكور فاذا وصلنا بين نقطتى و و م فخط و م هو الاثر الرأسى للسطح المماس الاول ويفعل لامتداد السطح المماس الثانى كما فعل بالسطح المماس الاول

السطحان المماسان اللذان وجدا متوازيين يلزم ان يكون اثراهما الراسيان متوازيين وهذا يجعل لتصحيح رسم هذه الدعوى

تنبيه مفيد

فى الثلاث دعاوى التى حللناها فرضنا ان الاسطوانة تقطع السطح الافقى فى دائرة ولكن فى بعض الاوقات الجسم المذكور يقطع السطح الافقى فى خط منحن كل ما كان فالطرق التى شرحت يمكن اجراؤها على هذه الحالة ولكن ننبه انه اذا علم المسقط الافقى فقط لنقطة التماس التى هى على الجسم الاسطوانى يمكن ان يكون هذا المسقط مشتركا بين اكثر من نقطتين من نقط الجسم ولذلك تحدث جملة سطوح مماسة للجسم المعلوم

الرسم الوصفى السابع .

المسئلة الرابعة

اذا اريد امتداد سطح مماس لمخروط فى نقطة معلومة على هذا الجسم
نجعل هـ مركز الدائرة التى هى خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الافقى وم و مَ مسقطى رأس الجسم فاذا مددنا من نقطة م خطين مستقيمين مماسين للدائرة التى مركزها هـ فهذان الخطان يصيران حدى المسقط الافقى للجسم المذكور واذا مددنا قطر ا ب موازيا لخط الارض واسقطنا نقطتى ا و ب على السطح الرأسى ووصلنا بين نقطتى ب و م وبين نقطتى ا و مَ فهذان الخطان يصيران حدى المسقط الرأسى للجسم المعلوم وبعد ذلك نجعل نقطة و المسقط الافقى لنقطة من الجسم المذكور فننظر اولا ان نقطة و هى مسقط افقى مشترك بين نقطتين من نقط الجسم المعلوم لانه اذا اقمنا عمودا على السطح الافقى من نقطة و فهذا العمود يقطع الجسم المعلوم فى نقطتين واذا بحثنا الان عن وجود المسقطين الرأسيين لهاتين النقطتين ننظر انه اذا وصلنا بين نقطتى م و و بخط م و فهذا الخط

يصير مسقطا افقيا مشتركا بين ضلعين من اضلاع الجسم المذكور ومارا بهذه النقطة وهذا الخط يقطع ايضا الدائرة التي مركزها هـ في نقطتي ث و ى اللتين هما نقطتا تقابل الضلعين المذكورين بالسطح الافقي فاذا استطنا هاتين النقطتين على خط الارض في نقطتي ف و ح ووصلنا بين هاتين النقطتين ونقطة م بخطا ف م و ح م يصيران المسقطين الراسيين للضلعين المذكورين واذا انزلنا الان عمودا على خط الارض من نقطة و فهذا العمود يقطع المسقطين الراسيين للضلعين المذكورين في نقطتي ب و ش وهتان النقطتان هما المسقطان الراسيان للنقطتين اللتين على الجسم ولهما مسقط افقي مشترك فالسطحان المماسان المارات بهاتين النقطتين لهما اثران افقيان مماسان للدائرة التي مركزها هـ في نقطتي ث و ى والخط الذي مسقطاه م ث و م ف يقطع السطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المماس المشتمل على هذا الخط فاذا بحثنا عن نقطة ك التي هي نقطة تقابل الخط المذكور بالسطح الرأسي ووصلنا بين نقطتي ك و و بخط مستقيم فهذا الخط يصير الاثر الرأسي للسطح المماس الاول

ويفعل هكذا لامتداد السطح المماس الثاني

التصحيح الاول لرسم هذا الحل

حيث ان السطحين المماسين يمران برأس الجسم المخروطي فخط تقاطعهما يلزم ان يمر ايضا بهذه النقطة فاذا بحثنا عن مسقطي هذا الخط نجد انه يلزم ان يمر بنقطتي م و مَ اللتين هما مسقطا راس الجسم

التصحيح الثاني

اذا مددنا خطوطا افقية من نقط التماس في السطوح المماسة فكل من هذه الخطوط الافقية يقطع السطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المشتمل عليه ويستعمل ذلك لوجود نقطتي ا و ب اللتين هما نقطتا تقابل

الخط الافقى بسطحى المسقط

المسئلة الخامسة

اذا اريد امتداد سطح مماس لجسم مخروطى من نقطة معلومة خارجة عن هذا الجسم فالخطوط التى رسمت فى ابتداء حل الدعوى الاخيرة التى هى الرابعة لوجود حدود مسقطى المخروط تستعمل ايضا فى حل هذه الدعوى وبعد ذلك نجعل م و مَ مسقطى النقطة المعلومة التى يلزم امتداد سطح مماس للجسم المعلوم منها واذا اوصلنا بين نقطتى ا و م وبين نقطتى ب و مَ بخطا ا م وَ ب مَ يصيران مسقطى الخط المستقيم الفراغى الواصل بين راس المخروط والنقطة المعلومة واذا بحثنا عن نقطة و التى هى نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الافقى نجدها من نقط الاثر الافقى للسطح المار بالنقطة المعلومة وبراس المخروط وحيث انا نعلم ان الاثر الافقى للسطح المماس المخروط هو خط مماس للدائرة التى مركزها ه فاذا امددنا من نقطة و خطى و ث و و د مماسين للدائرة المذكورة فهذان الخطان يصيران الاثرين الافقيين للسطحين المطلوبين المماسين للجسم المعلوم واذا نظرنا الى نقطة التماس اعنى نقطة ف التى هى على الجسم نجد ان الخط المار بهذه النقطة يوجد تاما فى السطح المماس الذى اثره الافقى هو خط ث و ومسقطا هذا الخط يصيران خطى ف ا و ح ب واذا بحثنا عن نقطة ش التى هى نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الراسى نجدها من نقط الاثر الراسى للسطح المماس المذكور فاذا اوصلنا بين نقطتى ش و ث بخط مستقيم نخط ش ث يصير الاثر الافقى للسطح المماس المطلوب وبعد ذلك يدرك السطح نفسه

فطرق تصحيح رسم حل هذه المسئلة هى كطرق تصحيح رسم حل المسئلة السابقة اعنى الرابعة

المسئلة السادسة

اذا اريد امتداد سطح مماس لمخروط موازٍ لخط معلوم فى الفراغ

فلاجل حل هذه المسئلة ترسم الخطوط اللازمة لوجود حدود مسقطى المخروط وبعد ذلك نجعل ا ب و ث ى اثرى الخط المعلوم الذى يلزم امتداد سطح مماس موازله ونفرض خطا فى الفراغ موازيا للخط المعلوم من رأس الجسم الذى مسقطاه ف و ف فمسقطا ف ح و ف ش يصيران موازيين لخطى ث ى و آ ب اللذين هما مسقطا الخط المعلوم ونبحث عن نقطة ش التى هى نقطة تقابل الخط الموازى بالسطح الافقى وبعد ذلك نتمم رسم حل هذه المسئلة كما فعلنا فى المسئلة السابقة

مسقطا خط تقاطع السطحين المماسين يلزم ان يكونا موازيين لمسقطى الخط المعلوم وذلك ينظر لتصحيح رسم حل هذه المسئلة

رسم حل هذه المسئلة ليس عموميا لانه اذا امددنا من رأس المخروط خطا موازيا للخط المعلوم وبحثنا عن نقطة تقابله بالسطح الافقى فتارة لا يمكننا امتداد خط من هذه النقطة مماس للخط المنحنى الذى هو خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الافقى وهذه الحالة لا تجرى الا اذا كان الخط الموازى المار براس الجسم من داخل الجسم المعلوم

الرسم الوصفى الثامن

المسئلة السابعة

اذا اريد امتداد سطح مماس لجسم تحركى من نقطة معلومة على هذا الجسم

نفرض ان الجسم التحركى هو قطع ناقص مجسم ونفرض ان الدائرة التى مركزها هـ هى المسقط الافقى للجسم المعلوم و ا ب ث هو المسقط الرأسى لخط جانبى حادث من تقاطع سطح موازٍ للسطح الافقى بالجسم المعلوم ومحور الجسم المعلوم يكون عمودا على السطح الافقى ونفرض ان المسقط الافقى للنقطة المعلومة على الجسم يكون نقطة م

م فينظران نقطة م هى مسقط افقى مشترك بين نقطتين من نقط الجسم
المعلوم وهاتان النقطتان توجدان فى السطح القاطع الجانبى الموسوم بسطح
ى ش ف وبعد ذلك يركب السطح المماس للجسم المعلوم فى النقطة
المعلومة من الخط المماس للخط الجانبى المار بهذه النقطة ومن الخط المماس
للخط المعتدل المار ايضا بهذه النقطة فحيث ان الخط المماس للخط المعتدل
عمود على سطح الخط الجانبى يفهم من ذلك ان السطح المماس المار بهذا
الخط المماس يصير عمودا على سطح الخط الجانبى وحيث ان السطح الافقى
عمود ايضا على سطح الخط الجانبى يفهم من ذلك ان الاثر الافقى للسطح
المماس هو خط عمود على سطح الخط الجانبى كخط تقاطع سطحين عمودين
على سطح ثالث وبعد ذلك يصير الاثر الافقى للسطح المماس المطلوب عمودا على
الاثر الافقى لسطح الخط الجانبى فينبغى لنا ان نعلم نقطة من نقط الاثر الافقى
للسطح المماس المطلوب لاجل وجود هذا السطح ولذلك نفرض ان سطح
ش ى ف يصير موازيا للسطح الرأسى فاثره الافقى يصير هـ ل ونقطة
م توضع على نقطة مَ فحيث ان نقطة مَ هى الان مسقط افقى مشترك
بين نقطتين من نقط الجسم المعلوم وموجودتان على الخط الجانبى الذى هو
مواز للسطح الرأسى يفهم من ذلك ان المسقطين الرأسيين لهاتين النقطتين
يلزم ان تكونا على المسقط الرأسى للخط الجانبى فاذا انزلنا عمودا على خط
الارض من نقطة مَ فنقطتا ا و ب اللتان هما نقطتا تقابل هذا
ودبقطع ا ب ث و الناقص هما المسقطان الرأسيان للنقطتين اللتين
على الجسم المعلوم ولهما مسقط افقى مشترك مَ قبل تحرك سطح القطع
الجانبى اعنى متى كانتا فى موضعهما الاول كان لهما مسقط افقى مشترك نقطة
م فحيث ان النقطتين اللتين على الجسم المعلوم فى تحرك الخط الجانبى رسما
قوسى دائرتين موازيين للسطح الافقى فالمسقطان الافقيان لهذين القوسين
هما خطان مستقيمان موازيان لخط الارض ونقطتا ا ب هما من نقط
المسقطين الرأسيين المذكورين ويفهم من ذلك انه اذا مددنا من نقطتى ا و ب

خطين مستقيمين موازيين لخط الارض فهذان الخطان يلزم ان يكونا مشتملين
على المسقطين الرأسيين للنقطتين اللتين هما على الجسم المعلوم ولهما مسقط
افقي مشترك فاذا انزلنا من نقطة مَ عمود مَ ذَ على خط الارض فنقطتا
مَ وَ ذ يصيران المسقطين الرأسيين المطلوبين والخط المماس للخط الجانبي
الذى هو موازٍ للسطح الرأسي في النقطتين اللتين مسقطاهما مَ و ا
له مسقط افقي خط هـ ل ومسقط رأسي ا ذ مماس لقطع ا ث الناقص
في نقطة ا وهذا الخط المماس يقابل السطح الافقي في نقطة هـ فاذا
اعدنا سطح الخط القاطع الجانبي الى موضعه الاول فالخط المماس في النقطة
التي مسقطاها م وا يدور في وقت واحد مع السطح المشتمل عليه ويصير
خطا مماسا في النقطة التي مسقطها م و ذ فحيث ان نقطة ل ترسم
ايضا في التحرك قوس دائرة ل ف فنقطة ف هي نقطة تقابل الخط
المماس في النقطة التي مسقطاها م و ذ مع السطح الافقي وحيث
انه يلزم مرور السطح المماس بهذا الخط المماس يعلم من ذلك ان نقطة ف
هي نقطة من نقط الاثر الافقي للسطح المماس المطلوب فاذا اقمنا عمود
ف ع على خط ح ف من نقطة ف فهذا العمود يصير الاثر الافقي
للسطح المماس للقطع الناقص المجسم في النقطة التي مسقطاها م و ذ
ولاجل وجود الاثر الرأسي لهذا السطح نفرض خطا افقيا من نقطة التماس
في السطح المماس فهذا الخط يصير عمودا على خط ف ع ومسقطاه
يصيران م غ و ذ ر واذا بحثنا عن نقطة ر التي هي نقطة تقابل الخط
الافقي مع السطح الرأسي فهذه النقطة يلزم ان توجد على الاثر الرأسي للسطح
المماس المطلوب واذا وصلنا بين نقطتي ر و ع فخط ر ع يصير الاثر
الرأسي للسطح المماس للقطع الناقص المجسم في النقطة التي مسقطاها
م و ذ ويدرك هذا السطح من غير مشقة

ويوجد السطح المماس للجسم المعلوم في النقطة التي مسقطاها مَ و
بطريقة مشابهة للطريقة التي استعملت لاجل وجود السطح المماس الاو

التصحيح الاول لرسم حل هذه الدعوى

حيث ان الخط المماس لخط جانبي من قطع ناقص مجسم يوجد في سطح الخط الجانبي المار من نقطة التماس ويوجد ايضا في السطح المماس بالجسم المذكور في هذه النقطة يلزم انه يقابل السطح الرأسي في نقطة من نقط الاثرين الرأسيين للسطحين المذكورين اعني في النقطة المشتركة بين هذين الاثرين فاذا كان الرسم صحيحا يلزم ان تتقاطع خطوط و د و خ ه و ر ح الثلاثة في نقطة واحدة ويفعل ايضا في تصحيح رسم السطح المماس الثاني للجسم المذكور في النقطة التي مسقطاها م و مَ هكذا

التصحيح الثاني

اذا مددنا من محور الجسم المذكور سطحا موازيا للسطح الرأسي فهذا السطح يقطع السطح المماس لهذا الجسم في خط موازللاثر الرأسي بحيث ان الخط المستقيم الذي هو خط تقاطع السطحين المذكورين يقطع السطح الافقي في نقطة ك فاذا انزلنا خط ر ك المستقيم عمودا على خط الارض فنقطة ك تصير نقطة من نقط المسقط الرأسي لخط تقاطع السطحين المذكورين وهذه النقطة هي المسقط الرأسي لنقطة مشتركة بين السطحين المذكورين لان السطح المماس المار بالخط المماس يقطع محور الجسم المذكور في النقطة التي يمر منها الخط المماس فاذا وصلنا بين نقطتي ك و و بخط ك و هو المسقط الرأسي لخط التقاطع فاذا كان الرسم صحيحا نجد خط ك و موازيا لخط ر ع

بيان تقاطع الاجسام

الرسم الوصفي التاسع

اذا اريد وجود خط تقاطع اسطوانة وقائمة بسطح عمود على سطح من سطحي المسقط واريد امتداد خط مماس لخط التقاطع المطلوب وبسط الجسم ورسم خط التقاطع والخط المماس به على سطح الانبساط نجعل نقطة هـ مركز

الدائرة التى هى تقاطع الاسطوانة مع السطح الافقى فمسقطا محور الجسم يصيران هـ و ف ى وحد المسقط الرأسى للجسم المعلوم اللذين هما ا ب و ب ى يصيران موازيين لخط ف ى ونفرض ان السطح القاطع يكون عمودا على السطح الرأسى واثره الرأسى يكون خط و ش فاثره الافقى يصير خط ش ي عمودا على خط الارض وننظر بالسهولة ان خط م ن هو المسقط الرأسى لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح القاطع وننظر ايضا ان خط التقاطع المطلوب يوجد مركبا من نقط تقابل السطح القاطع باضلاع الجسم المعلوم فحيث ان المسقط الرأسى لضلع من اضلاع الجسم هو خط مستقيم مثل لـ ا الموازى لخط ف ى فهذا الخط المستقيم لا يمكنه مقابلة السطح الافقى الا بنقطة من نقط الدائرة التى مركزها هـ ويفهم من ذلك انه اذا اخذنا عمودا من نقطة على خط الارض فهذا العمود يقطع دائرة هـ فى نقطتى غ و ن وهاتان النقطتان هما المسقطان الافقيان لضلعين من اضلاع الاسطوانة اللذين لهما مسقط رأسى مشترك وهو خط لـ وحيث ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فكل نقطة من نقط خط التقاطع المطلوب مسقطها الرأسى نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح القاطع وحيث ان المساقط الرأسية لنقط الخط المنحنى المطلوب يلزم ايضا ان تكون على المساقط الرأسية لاضلاع الجسم المار بتلك النقط فنقطة ا التى هى نقطة تقاطع خط لـ و مع خط م ن هى المسقط الرأسى لنقطتين من نقط الخط القاطع المطلوب اللتان لهما مسقطان افقيان ع و ت فيسهل الان وجود مساقط جميع نقط الخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم فلرسم هذا الخط فى سطحه ننظر ان خطى ش ن و ش ك يمكن فرضهما كخطين عمودين على بعضهما موضوعين على سطح الخط المنحنى المطلوب ويسمى احد هذين الخطين خطا افقيا والاخر خطا قائما الابعاد التى تؤخذ على الخط الافقى تسمى ابعادا افقية والتى تؤخذ على الخط القائم تسمى ابعادا قائمة فهذا الخط المنحنى يوجد اذا اعلمنا ابعاد كل

نقطة من نقط الخط المطلوب للخطين العمودين المذكورين وحينئذ ان خط اش يعتبر كافق مشترك بين نقطتين من نقط الخط المنحني المطلوب اللتين لهما قائمتا وع و وت فاذا فرضنا ان السطح القاطع يدور حول خط ك ش حتى يصير بسيطا واحدا مع السطح الرأسي ففي هذا التحرك خط ك ش المستقيم ينطبق على خط ش س الذي هو عمود على خط ش ك واذا نظرنا لافق ش م نجد ان خط ا ص المستقيم هو القائم المطابق لهذا الافق واذا اخذنا مقدار م ح مساويا لخط ا ص نجد نقطة من نقط الخط المطلوب واذا اخذنا ايضا افق ش ا ننظر ان القائمين المطابقين لهذا الافق هما وب و وث واذا اخذنا من نقطة أ بعدين على العمود الذي هو على خط ش ك مساويين لخطي وع و وث نجد نقطتين اخرتين من نقط الخط المنحني المطلوب في سطح هذا الخط حين ينطبق على السطح الافقي واذا فعلنا كما ذكرنا بجميع نقط الخط المنحني المطلوب نجد ان الخط المنحني هو آ ح آ ا بفرض خط ش غ كخط م ك المستقيم منقولا وموضوعا موازيا لنفسه بعد التحرك

واذا اريد رسم الخط المنحني على السطح الافقي نتصور انه اذا كان الخط المنحني في سطح مواز للسطح الافقي فمسقطه الافقي يصير مساويا له فاذا دورنا السطح القاطع حول النقطة التي مسقطاها ف و ح حتى يصير موازيا للسطح الافقي فنقطتا م و ك يرسمان قوسي دائرة م ع ع غ والاثر الرأسي للسطح القاطع يصير خط ع ع مستقيما موازيا لخط الارض فمن كون ان كل نقطة من نقط الخط المنحني المطلوب في هذا التحرك ترسم قوس دائرة في سطح مواز للسطح الرأسي تكون المساقط الافقية لهذه الاقواس في سطوح موازية لخط الارض وبعد ذلك اذا نظرنا الى نقطة (و،م) التي هي من نقط الخط المنحني المطلوب نجد ان مسقطها الرأسي في هذه الحالة هو نقطة ع ومسقطها الافقي يلزم ان يوجد على خط مواز لخط الارض مار بنقطة و ويفهم من ذلك انه اذا انزلنا عمودا على خط الارض من نقطة

ع فنقطة ر تصير نقطة من نقط الخط المنحنى المطلوب حين ينطبق سطحه على السطح الافقى وكذلك النقطتان اللتان كان لهما اً مسقطا مشتركا رأسيا ولهما الان ا مسقط اخر رأسى ومسقطاهما الافقيان يلزم ان يوجد الخط على خطين موازيين لخط الارض ممتدين من نقطتى ع و ت ويفهم من ذلك انه اذا انزلنا عمود اً قَ على خط الارض من نقطة أ فنقطتا قً و ح يصيران من نقط الخط المنحنى المطلوب ويسهل لنا بعد ذلك اتمام رسم هذا الخط واذا اردنا الان امتداد خط مماس لهذا الخط المنحنى من النقطة التى مسقطاها ا و ه ننظر ان الخط المماس المطلوب هو فى السطح القاطع الذى هو سطح الخط المنحنى الموجود فى السطح المماس للاسطوانة فى نقطة (ا , ه) ويفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب مسقطه الافقى هو الاثر الافقى للسطح المماس المذكور اعنى الخط المماس للدائرة التى مركزها هـ فى نقطة ه فنقطة ع التى هى تقابل الخط المماس للدائرة مع خط ك ش هى نقطة تقابل الخط المماس المطلوب مع السطح الافقى لان الخط المماس المطلوب لا يمكنه مقابلة السطح الافقى الا فى نقطة من نقط خط ك ش ونقطة من نقط خط ش ع ويفهم من ذلك ان نقطة ه هى نقطة من نقط المسقط الافقى للخط المطلوب تماسه فى النقطة التى مسقطها ه و ا ونقطة غ توضع على غَ حين ينطبق السطح القاطع على السطح الرأسى بشرط ان ش ك يساوى ش كَ ونقطة ف هى نقطة من نقط الخط المنحنى منطبقة على السطح الرأسى ويفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب يمر بنقطتى كَ و فَ ويدرك بعد هذا الخط .

وكان يمكن ان ندور السطح القاطع حول خط ك شَ حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففى هذا التحرك كل نقطة من نقط الخط المنحنى ترسم قوس دائرة موضوعا فى سطح مواز للسطح الرأسى وخط ش ه يقع على خط الارض فالخط المنحنى يعتبر كانه وضع على سطح الخط القائم والخط

الافقى المذكورين سابقا وهما ش ث و ش ك والابعاد الافقية
والرأسية لكل نقطة من نقط هذا الخط المنحنى تصير معلومة والخط نفسه يصير
معلوما

ونبحث الان على الخط المماس لخط ر ف ث المنحنى ولذلك اذا نظرنا الخط المنحنى
الذى هو خط تقاطع السطح القاطع بالاسطوانة فى موضعه الحقيقى نجد ان الخط
المماس فى نقطة (ا ر د) يقطع القطر الثانى للخط المنحنى فى نقطة (هـ س) وذلك
يحصل حين يصير الخط المنحنى موازيا للسطح الافقى ففى هذا التحرك نقطة (ك ش)
التى تقابل الخط المماس بالسطح الافقى تصير نقطة (هـ ع) فاذا وصلنا بين
نقطتى ع و ث بخط ع ث يلزم ان يمر بنقطة س

بيان حل انبساط الجسم

اذا اريد انبساط جسم فاى خط على هذا الجسم سواء كان منحنيا او مضعف
الانحناء يصير خطا محالفا على سطح الانبساط ويسمون هذه الحالة انتشار
او انبساط الخط المنحنى المذكور

فاذا علم انتشار خط من خطوط الجسم المنبسط فهذا الخط يسمى محور الانبساط
اذا كانت قاعدة الجسم خطا كل ما كان فانتشار خط تقاطع السطح القاطع
العمود على السطح القاطع المعتدل هو دائما مستقيم على سطح الانبساط
لان اضلاع الاسطوانة المعلومة المتوازية على سطحى المسقط تكون ايضا
متوازية على سطح الانبساط والخط العمود عليها يلزم ان يكون خطا
مستقيما

نفرض ان محور الانبساط يكون خط تقاطع السطح القاطع المعتدل
باسطوانة ونجعل السطح المماس للاسطوانة سطح الانبساط فالسطح
المماس المذكور يقطع السطح القاطع المعتدل فى خط (و ر ام) المستقيم
موازيا لخط ش ك وسطح الانبساط يقطع اثر ش د الرأسى فى نقطة
م التى يمتد منها خط م مَ الذى هو خط تقاطع السطح القاطع المعتدل

بالجسم المعلوم فاذا رسمنا خط ر رَ المستقيم المساوى لمحيط الدائرة التى مركزها
هـ واخذنا نقطة صَ على هذا الخط واعتبرناها كنقطة (و م) على سطحى
المسقط نخطا صَ رَ و صَ رَ يصيران منبسطا نصفى ع و ث ع
و ث لمحيط الدائرة المذكورة وهذان النصفان اذا قسما اجزاء كثيرة متساوية
بشرط ان كل جزء يعتبر كخط مستقيم وحولت ابعاد نقط الانقسام على يمين نقطة
ض وشمالها فالعواميد القائمة من نقط التقسيم على خط ر رَ المستقيم
هى اضلاع الاسطوانة المنتشرة على سطح الانبساط فبكل نقطة من نقط خط
التقاطع المطلوب يمكن ان نفرض على سطح الانبساط كانها موجودة بعد
ادراك افقيها اللذين هما جزأن من اجزاء محور الانبساط المضلع وبعدها القائم
هو الذى بينها وبين محور الانبساط وهذا البعد يؤخذ على اضلاع
الاسطوانة فاذا اخذنا نقطة (د ا) التى هى على الاسطوانة واخذنا قوس
صَ د كالبعد الافقى لهذه النقطة فخط و ا يصير البعد القائم لهذه
النقطة واذا نقلناهذه النقطة على سطح الانبساط واخذنا خط صَ دً
مساويا لخط وث واخذنا ايضا خط دً اَ مساويا لخط اوَ يجد النقطة
المذكورة ونفعل بجميع نقط الخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح القاطع
بالاسطوانة على سطح الانبساط كما فعلنا بهذه النقطة فانتشار هذا الخط المنحنى
يصير خط لَ صَ ط المنحنى واذا حولنا هذا الخط المنحنى على الاسطوانة بشرط
ان خط ب ا المستقيم ينطبق على الضلع الذى مسقطاه ا ب و صَ
فطرفا ل و ط يجتمعان فى نقطة واحدة وهى (دً و) والخط المماس فى نقطة
(دً ا) يقابل سطح الانبساط فى النقطة التى مسقطها الافقى ظ وهذه
النقطة هى نقطة تقابل خط ث غ المماس مع خط ا وَ المستقيم ممتدا
والخط الذى فى الفراغ الواصل بين نقطة (د وَ) ونقطة (ظ م) يصير مساويا
لمسقط ث ظ الافقى لانه موازٍ للسطح الافقى والخط المماس فى نقطة (شد ا)
يدرك بمعرفة وتر المثلث القائم الزاوية الذى احد ضلعيه خط ث ظ والضلع
الاخر خط و ا وحيث ان سطح هذا المثلث يصير هو سطح الانبساط

سطحا

سطحا واحدا يفهم من ذلك انه اذا اخذنا بعد ادر الـ نقطة أ خط ﮤ طَ
مساويا لخط ث طَ ووصلنا بين نقطتى اطَ بخط مستقيم لخط اطَ
يكون الخط المماس على سطح الانبساط لخط تقاطع السطح القاطع بالجسم
الاسطوانى المنشو

الرسم الوصفى العاشر

اذا اريد وجود خط تقاطع سطح عمود على السطح الرأسى بمخروط تنبه
اولا انه اذا وصل بين المخروط ومركز قاعدته بخط قائم مستقيم ووجد هذا
الخط عمودا على قاعدة المخروط يقال لهذا المخروط مخروط قائم واذا كان الخط
الذى يسمى محور المخروط مائلا على سطح قاعدة المخروط فالمخروط يسمى
مخروطا مائلا

ولاجل حل المسئلة المذكورة نجعل ﮪ مركز الدائرة التى هى تقاطع
المخروط بالسطح الافقى و ﮪ و ف ﮪَ مسقطى محور المخروط لخطا
ﮪَ ا و ﮪ ب هما احدا المسقط الرأسى للجسم المخروطى وبعد ذلك
نفرض ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فاثراه يصير احدهما
م ﮤ والاخر ث ى عمودا على خط الارض فالمسقط الرأسى للخط
المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور هو خط م ﮤ
لان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فننظر ان الخط المنحنى المطلوب
فى الدعوى التى سبقت وجد بنقط تقابل السطح القاطع باضلاع الجسم المعلوم
فاذا مددنا خط ﮪَ ح حيث ما اتفق فهذا الخط يعتبر كمسقط رأسى مشترك بين
ضلعين من اضلاع الجسم من حيث ان جميع هذه الاضلاع تقطع السطح الافقى
فى نقطة الدائرة التى مركزها ﮪ فاذا اقمنا عمود ح ش ب على خط الارض
فنقطتا ش و ب هما نقطتا تقابل ضلعى الجسم اللذين مسقط ﮪ ح
الرأسى مشترك لهما فاذا وصلنا بين نقطتى ﮪ ش ونقطتى ف ب لخطا
ﮪ ش و ب ج يصيران المسقطين لافقيين للضلعين المذكورين ونقطة

ك التي هي نقطة تقابل خط هَ حَ بخط مَ ﮤ هي المسقط الرأسي
المشترك بين نقطتين من نقط الخط المنحني المطلوب وهاتان النقطتان يلزم ان
يكون مسقطاهما الافقيان على المسقطين الافقيين لضلعي الجسم اللذين
يشتملان عليهما واذا انزلنا عمود كلَ من نقطة ك على خط الارض
فنقطتا ل و ب يصيران المسقطين الافقيين للنقطتين من الجسم اللتين
لهما ك مسقط رأسي مشترك وبعد ذلك يمكن ان نجد المساقط الافقية
لجملة نقط من نقط الخط المنحني المطلوب ولذلك يعلم ان الطريقة التي تبعناها
لا تخدم لوجود المسقطين الافقيين للنقطتين اللتين لهما ومسقط رأسي مشترك
والنقط القريبة لهذه النقط توجد من تقاطع الخطوط التي تحدث بينها زوايا حادة
وهذا يمنع من تحقيق تقاطعها فيلزمنا ان نوضح طريقة اخرى لوجود تلك
النقط ولاجل ذلك نفرض سطحا افقيا من نقطة و فهذا السطح يقطع
الجسم في دائرة مسقطها الرأسي يصير خط غ د المستقيم ومسقطها الافقي
يصير دائرة مرسومة من نقطة هـ كمركز و ببعد ى ر كنصف قطر فالسطح
الافقي المذكور المار ايضا بالنقطة التي مسقطاها هـ و و يقطع السطح
القاطع المعلوم في خط افقي له نقطة و مسقط رأسي وخط مسقطه الافقي
هـ ف فالخط الافقي المذكور يقطع الدائرة التي هي تقاطع الجسم بالسطح المار
بنقطة (هـ و) في نقطتين وحيث ان هاتين النقطتين في السطح القاطع المعلوم
ومنهما يمر ضلعان من اضلاع الجسم يفهم من ذلك ان هاتين النقطتين من نقط
الخط المنحني المطلوب والمسقطان الافقيان لهاتين النقطتين يلزم ان يكونا على
الدائرة المرسومة من نقطة هـ كمركز و ببعد ور كنصف قطر فنقطتا
ف و تَ هما المسقطان الافقيان للنقطتين المذكورتين ونفعل لرسم الخط
المنحني المطلوب في سطحه كما فعلنا في الرسم الهندسي السابق والفرق بينهما
تدوير السطح القاطع المطلوب حول اثريه عوضا عن تدويره حول خطوط
اخر ولاجل ذلك يمر الخط المماس للخط المنحني المطلوب المرسوم على السطح
الافقي في عمل الرسم بنقطة تقابل هذا الخط المماس بالسطح الافقي

بيان حل انبساط الجسم

نأخذ محيط دائرة ش ـه س ونفرضه محور الانبساط فتتغير هذه الدائرة بدائرة مرسومة بنصف قطر مساو لخط هـ ش ونفرض ان خط صـ ث كانه الضلع الذى مسقطاه هـ سَ و هـ بَ فاذا جعلنا نقطة صَـ مركزا ورسمنا محيط دائرة واخذنا من نقطة ثَ الى نقطة غ اقساما مساوية لاقسام نصف محيط سـ ش رَ واخذنا من نقطة ث الى نقطة ع اقساما متساوية على رَ ے س ووصلنا بين نقط الاقسام ونقطة صـ بخطوط التواصل تكون اضلاع الجسم المعلوم على سطح الانبساط يعنى ان تلك الخطوط تحدث الجسم المخروطى على سطح الانبساط

ولاجل رسم الخط المنحنى الذى هو تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم على سطح الانبساط ننظر ان بعدى هَ ۵ و هَ م يفضلان كما كانا على سطح الانبساط ونأخذ بعد ض ۵َ مساويا لخط هُ ۵ ونأخذ ايضا خطا صَـ مَ و وَمَ مساويين لخط هـ م فنقط مَ ۵َ مُ الثلاثة تكون من نقط التغير المطلوب للخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح القاطع بالجسم واذا اردنا وجود النقطة التى مسقطاها ك و ح ننظران هذه النقطة يلزم ان تكون موضوعة بالنسبة لنقطة صـ ببعد مساو للبعد الصحيح الواصل بين رأس المخروط وهذه النقطة وحيث ان هذا البعد مساو لخط هَ صـ فاذا اخذنا هذا البعد ووضعناه من نقطة صـ الى نقطة ضَ فنقطة ض تكون النقط [illegible] اهله حود هذه النقطة نفعله لجميع نقط الخط المنحنى الذى [illegible] وم بالجسم المذكور

الخط المس [illegible] النقطة التى مسقطاها ك و ح يوجد بعد ادراك وتر المثلث القائم الزاوية الذى خط ے جَ ضلع من ضلعيه والضلع الاخر هو الخط الذى مسقطاه ح ے و حَ ك فقدار الخط المماس المطلوب هو جـ ے وحيث ان مقادير الخطوط تفضل كما هى حين تنقل على سطح الانبساط

يفهم من ذلك انه اذا مددنا خطا مماسا المحيط ض ش ع فى نقطة ت
واخذنا على هذا الخط المماس بعد ح ت = ت خ ووصلنا بين نقطتى
خ و ض فخط ح ض يكون الخط المماس المطلوب على سطح الانبساط
المماس لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور

الرسم الوصفى الحادى عشر

المسئلة التاسعة

اذا اريد وجود خط تقاطع جسم تحركى معلوم بسطح معلوم ايضا وامتداد
خط مماس لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم

نفرض ان الجسم المعلوم قطع ناقص مجسم ونقدر ايضا ان السطح الافقى عمود
على محور الجسم المعلوم والسطح المعلوم عمود على السطح الرأسى فالمسقط
الافقى للجسم هو دائرة قطرها كم ه و مسقطه الرأسى قطع ا ب ت د الناقص
ومسقطا محور الجسم هما ه و ا ب واثر السطح القاطع ف ح
و ق ش وحيث ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فالمساقط الرأسية
لجميع نقط خط التقاطع المطلوب يلزم ان توجد على الاثر الرأسى للسطح القاطع
المعلوم وايضا قطع ا ب ت د الناقص هو المسقط الرأسى للجسم التحركى
ويحدد المسقط الرأسى للخط المطلوب ويفهم من ذلك ان خط و ح
هو المسقط الرأسى للخط المطلوب ولاجل وجود المسقط الافقى لهذا الخط نجعل
سطحا افقيا من النقطة الفراغية التى مسقطاها ه و ل فهذا السطح
يقطع القطع الناقص المجسم فى دائرة اثرها خط ك ر مسقط رأسى
ومسقطها الافقى دائرة مرسومة من نقطة ه كمركز وبعد خط ل ك
كنصف قطر فقطع هذه الدائرة بقطع السطح القاطع المعلوم فى خط مستقيم
افقى عمودا على السطح الرأسى ومسقطه الرأسى نقطة ا وخط م ن
مسقط افقى لها فالنقطتان المشترك كان بين الخط المذكور والدائرة التى مسقطها
الرأسى خط ل ك هما نقطتان من نقط خط التقاطع المطلوب ونقطتا

م ى ه مسقطان افقيان لهما و ا مسقط رأسي مشترك بينهما وبعد ذلك
يسهل علينا وجود مساقط جميع نقط الخط المنحنى المطلوب ويدرك ايضا هذا الخط
الدائرتان اللتان هما عمودان على محور الجسم المخروطي ومسقطاهما
الرأسيان هما ح ح و و ـَ ومسقطاهما الافقيان دائرتان مرسومتان
من نقطة هـ كمركز مشترك و بنصفي قطر ـَ ح و ق ـُ يحددان
المسقط الافقي للخط المنحنى المطلوب بعد تقابل هاتين الدائرتين بالعمودين
النازلين من نقطتي و ح على خط الارض والمسقط الافقي لهذا الخط
المنحنى يصير م د ت ر س ويعتبر هذا الخط المنحنى كانه حاصل من نقط تقابل
الخطوط الجانبية للممتدة كل ما كانت بالسطح القاطع ولاجل اثبات ذلك نجعل
هـ ش الاثر الافقي لسطح جانبي كل ما كان خط تقاطع هذا السطح بالسطح
القاطع المعلوم يصير خطا مستقيما ونقطتا تقابل هذا الخط بالخط الجانبي
يصيران من نقط الخط المنحنى المطلوب ولاجل وجود المسقطين الافقيين لهاتين
النقطتين ندور السطح القاطع الجانبي حول محور الجسم حتى يصير موازيا
للسطح الرأسي ففي هذا التحرك نقطة ش التي هي نقطة تقابل خط تقاطع
السطحين المذكورين بالسطح الافقي تقع على نقطة غ فاذا انزلنا خط ق غ
عمودا على خط الارض فنقطة ق التي هي موقع هذا العمود تصير من اقطع
المسقط الرأسي لخط تقاطع السطحين المذكورين حين يصير السطح القاطع
الجانبي موازيا للسطح الرأسي وحيث ان المسقط الرأسي المذكور يمر بنقطه ث
فاذا وصلنا بين نقطتي ـُث و ق بخط ق ـُث فنقطتا ص و ر
يصير نقطتي تقابل خط تقاطع السطحين المذكورين
بالخط الجـ . موازيا للسطح الرأسي لان الخط القاطع الجانبي
في هذه الـ . . . . ى المنحنى مسقط رأسي له فالنقطتان المذكورتان
الفوقيتان بعاديهما عن المحور هما ت ص و ر ض واذا اعدنا القاطع
الجانبي الى موضعه الاول فالنقطتان المذكورتان يرسمان قوسي دائرة موازيين
للسطح الرأسي والدائرتان المرسومتان من نقطة هـ كمركز و ببعدي

صـه ث و ر ض كنصفى قطـر مسقطـان افـقيـان للدائرتـين اللتين
جزاؤهمـا مركبة من هذين القوسين ويفهم من ذلك ان المسقطين الافقيين
للنقطتين اللتين على الجسم المعلوم يلزم ان يكونا على هاتين الدائرتين وعلى
خط هـ ع فاذا اخذنا على هذا الخط مقدارى هـ أ و هـ سـ مساويين
لخطى و ت و ر ض فالمسقطان الافقيان يوجدان عـلى الخط المنحنى
المعـلوم بالطريقة الاولى واذا وجدنا المسقطين الافقيين لهذين الخطين
الذين على خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم نجد المسقطين الرأسيين
لهاتين النقطتين بالسهولة ويلزم ان يوجدا على خط وَ ع وبعد ذلك ننظر ان
قوس ع غ اذا امتد يقطع خط ف شـ فى نقطة غ ويفهم من ذلك انه
اذا فرضنا ان السطح القاطع الجانبى اثره الافقى خط هـ عَ ووضعنا هذا
السطح كما سرحنا السطح القاطع الجانبى الاول نجـد انه اذا اخذنا على خط
هغ مقدارى صـ ث و رض من نقطة هـ نجد المسقطين الافقيين
للنقطتين الحادثتين من تقاطع خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم ويرسم
خط التقـاطع على سطحه كما عرفنـاه فى رسمى ٩ و ١٠ الوصفيين
ولاجل امتداد خط مماس لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم فى النقطة
التى مسقطاها اَ و دَ نجعـل السطح القاطع الجانبى المار بهذه النقطة
موازيا للسطح الرأسى فنقطة (اَ دَ) يحدث لها فى موضعهـا الان
مسقطـان اخران وهما تَ و ر والخط المماس للخط المنحنى الجانبى فى نقطة
(رَ تَ) له مسقط رأسى خط مماس لخط ا ـ ث ى المنحنى فى نقطة ر
وحيث ان هذا الخط المماس يوجد فى السطح القائم الذى اثره الافقى هـ غ
فهذا المماس يقـابل السطح الافقى فى نقطة وَ فاذا اعدنا السطح القاطع
الجانبى لموضعه الاول فالخط المماس الذى مددناه له يدور فى وقت واحد مع
الخط المنحنى الجانبى ونقطة وَ ترسم قوس دائرة وَ وً ومن ذلك نقطة وً تصير
نقطة تقابل الخط المماس للخط لمنحنى الجانبى فى نقطة (دَ اَ) بالسطح الافقى
والسطح المماس للقطع الناقص المجسم فى نقطة (دَ اَ) اثره الافقى وً ث

فالخط المماس للخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح بالجسم المعلوم يوجد في السطح المماس وفي السطح القاطع المعلوم ويعلم من ذلك ان نقطة ث هى نقطة تقابل السطح المماس المذكور بالسطح الافقى فاذا وصلنا بين نقطتى ه و ث خط ه ث يصير المسقط الافقى للخط المماس لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم فى النقطة التى مسقطاها د وا ويفهم بالسهولة ان الخط المماس المذكور مسقطه الرأسى ف خ وحينئذ يدرك هذا الخ بالسهولة ولاجل وجوده فى النقطة المفروضة حين تسطيق سطح الخط المنحنى على سطح من سطحى المسقط ٩ و ١٠ نفعل لذلك كما فعلنا فى رسمى الوصفيين .

الرسم الوصفى الثانى عشر

المراد وجود خط تقاطع جسم اسطوانى مائل وقاعدته تكون قطعا ناقصا بسطح عمود على محور هذا الجسم وامتداد خط مماس لخط التقاطع المطلوب وانبساط الجسم المخروطى ورسم الخط المنحنى المطلوب ورسم الخط المماس لهذا الخط على سطح الانبساط

فلاجل حل المسئلة الاولى نجعل ا ب ث ى الخط المنحنى الذى هو خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الافقى وخطى ب ت و ح ل مسقطى الخط المستقيم الموازية له اضلاع الجسم وبعد ذلك نمد خطين مماسين لخط ا ب ث ى موازيين لخط ح ل فهذان الخطان المماسان يصيران حدى [illegible] اسطوانى المعلوم وبعد ذلك نمد ك ح و ب غ [illegible] عمودين على خط الارض ونمد من نقطتى ح و غ خط [illegible] موازيين لخط ا ب فهذان الخطان يصيران حدى المسقط الرأسى للجسم الاسطوانى فاذا فرضنا ان الجسم يقطع بسطح افقى فخط تقاطعه بهذا السطح يصير خطا منحنيا مساويا للخط ا ب ث ى المنحنى وخط ه ف ح ش مسقط افقى له وخط ر س مسقطه الرأسى

وبعد ذلك نجعل خطى وَ تَ و وَ صَ اثرى السطح القاطع ونفرض
جملة من السطوح مارة باضلاع الجسم وعواميد على السطح الافقى فالاثار
الافقية لتلك السطوح تصير خطوطا موازية لخطى دش و تح
وكل منها يقطع السطح المعلوم بخط مستقيم فسقط تقاطع هذه الخطوط
باضلاع الجسم المعلوم التى تشتمل عليها السطوح المذكورة تحدث الخط
المنحنى الذى هو تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم وبعد ذلك نجعل خط
اَ وَ الاثر الافقى للسطح المشتمل على الضلعين من الجسم اللذين خط ا و
مسقط افقى مشترك بينهما فخط تقاطع هذا السطح بالسطح القاطع المعلوم
هو خط مستقيم مسقطه الافقى خط ا و ويقطع السطح الافقى فى نقطة و
فاذا انزلنا خط ﮤ و عموداعلى خط الارض فنقطة ﮤ التى هى موقع
العمود تصير من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين فلاجل
معرفة المسقط الرأسى المطلوب يلزم معرفة نقطة ثانية من هذا المسقط ولذلك
نفرض خطا افقيا فى السطح القاطع المعلوم موازيا لخط ص ث ومسقطه
الافقى خط ع غ وبعد ذلك ننظر ان نقطه ع هى المسقط الافقى لنقطة
من نقط خط تقاطع السطحين المذكورين فالخط الافقى الذى ذكر يقطع
السطح الرأسى فى نقطة وَ واذا امددنا من هذه النقطة خط وَ ﮤَ مستقيما
موازيا لخط الارض فالخط الحادث هو المسقط الرأسى للخط الافقى المذكور واذا
فرضنا من نقطة ع خطا قائما فهذا الخط يقطع السطح القاطع المعلوم فى نقطة
مشتركة بين خط تقاطع السطحين المذكورين والخط الافقى الذى مسقطاه
ع غ و وَ ﮤَ ويفهم من ذلك انه اذا مددنا خط ع ﮤً عموداعلى
خط الارض فنقطة ﮤً تصير المسقط الرأسى لنقطة تقاطع الخط الافقى
المذكور سابقا مع الخط القائم الممتد من نقطة ع وتصير من نقط
المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين واذا وصلنا بين نقطتى
ﮤ و ﮤ بخط ﮤ ﮤً يصير المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المعلوم
بالجسم المذكور

حيث ان خطوط تقاطع السطوح المارة باضلاع الجسم المعلوم بالسطح القاطع المعلوم متوازية كخطوط تقاطع سطوح متوازية بسطح واحد كالمساقط الرأسية لهذه الخطوط تصير موازية لخط د دَ ويكفى وجود نقطة من تلك المساقط لادراكها ولاجل ذلك ننظر ان كل سطح قائم يشتمل على ضلعين من اضلاع الجسم ووجود مسقطيهما الرأسيين سهل فنقط تقابل هذين المسقطين بالمسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المشتمل عليهما مع السطح القاطع المعلوم تحدث نقطتين من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور وهاتان النقطتان لهما مسقطان افقيان موضوعان على الاثر الافقى للسطح المشتمل عليهما ونجد مع السهولة المسقط الافقى لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم وهذا المسقط يصير عَ فَ تَ

ولاجل رسم خط التقاطع المطلوب فى سطحه نفرض ان السطح القاطع المعلوم دار وانطبق على السطح الافقى ففى هذا التحرك كل نقطة من نقط خط التقاطع المطلوب ترسم قوس دائرة فى سطح عمود على خط ضَ ت ونصف قطر مساو لبعد هذه النقطة عن خط ضَ ت ولاجل وجود هذه الابعاد نبتدأ بوجود بعد نقطة منها كالنقطة التى مسقطاها ثَ و ثَ مثلا فننظر بالسهولة ان بعد هذه النقطة على خط ضـ ت وترمثلث قائم الزاوية الذى ضلعاه الاثران خط ثَ رَ ثَ ر فاذا اخذنا بعد رَ صَ على خط الارض من نقطة رَ مساويا لخط رُ ثَ ووصلنا بين نقطتى ثَ , ... نصير البعد المطلوب واذا اخذنا الان بعد ر ... ... ط ثَ ... مساويا لخط ثَ صَ فنقطة أَ تصير من نقط ... ... المطلوب حين ينطبق السطح المشتمل عليها على السطح الافقى ونوجد جميع نقط خط التقاطع المطلوب بالطريقة التى استعملناها لوجود النقطة الاولى

واذا اريد الان امتداد خط مماس لخط التقاطع الذى علم فى النقطة التى مسقطاها

ثَ و ثً ننظران هذه النقطة على الجسم فمن ذلك يفهم ان الخط المماس لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم فى نقطة داخل السطح المماس للجسم فى هذه النقطة فالسطح المماس للجسم فى نقطة (ثَ ثً) اثره الافقى خط مماس لخط ا ب ث ى المنحنى فى نقطة ثُ التى هى نقطة تقابل ضلع الجسم المار بنقطة التماس بالخط المنحنى المذكور فاذا مددنا خط ثُ ث المماس يصير الاثر الافقى للسطح المماس بالجسم المعلوم فى نقطة (ثَ وثً) فالخط المماس يوجد فى هذا السطح المماس وفى السطح القاطع المعلوم ويفهم من ذلك ان هذا الخط يقابل السطح الافقى فى نقطة ث التى هى نقطة تقاطع الاثرين الافقيين بالسطحين المذكورين واذا وصلنا بين نقطتى ثَ و ثً فخطهما يصير المسقط الافقى للخط المماس المطلوب واذا وصلنا بين نقطتى ث و ثً فهذا الخط يصير الخط المماس لخط التقاطع حين ينطبق سطحه على السطح الافقى ويسهل وجود المسقط الرأسى لذلك الخط المماس لان نقطة ث نقطة من نقط الخط المماس المطلوب وهى المسقط الرأسى لنقطة التماس

بيان حل انبساط الجسم

فنجعل ان محور الانبساط هو الخط المنحنى الذى هو تقاطع الجسم المذكور بالسطح المعلوم كما فى شكل (٣) ونجعل خط ا ب المستقيم مغير الخط المنحنى المذكور ونقسم الخط المعتدل اقساما صغيرة جدا مساوية لبعضها ونعتبر كل قسم منها كانه خط مستقيم ونأخذ تلك الاقسام على هذا الخط ونقيم عمودا عليه من كل نقطة من نقط التقسيم فهذه العواميد تصير على سطح الانبساط اضلاع الجسم المارة بنقط تقسيم خط تقاطع الجسم بالسطح الافقى وابعاد هذه الاضلاع هى التى بين خط تقاطع الجسم بالسطح الافقى وخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور فاذا اخذنا هذه الابعاد على العواميد التى اقمناها سابقا فالخط الهندسى المركب من اطراف تلك العواميد يكون الخط المنحنى المطلوب على سطح الانبساط

نفرض الان ان ضلع الجسم الذى ت ٮ مسقط افقى له يأخذ موضع هـ ف على سطح الانبساط فاذا اردنا امتداد خط مماس لتغيير قطع ا ب ث د الناقص فى نقطة هـ نأخذ على خط ا ب من نقطة ف بعد ف ح مساويا لخط ت أ فخط هـ ح يصير الخط المماس المطلوب

الرسم الوصفى الثالث عشر

اذا اريد رسم خط تقاطع اسطوانتين على سطحى المسقط وامتداد خط مماس لهذا الخط

فعلى العموم لوجود خط تقاطع جسمين معلومين نفرض جملة سطوح او جملة اجسام تليق لسهولة وجوده فكل من هذه السطوح او الاجسام يقطع الجسمين المعلومين فى خطين منحنيين وهذه الخطوط المنحنية تتقاطع فى جملة نقط فالخط المركب من جميع تلك النقط هو خط تقاطع الجسمين المعلومين ولاجل وجود خط تقاطع اسطوانتين يلزم قطع هذين الجسمين بجملة سطوح موازية لاضلاع الجسمين معا لان السطوح المذكورة فى هذه الحالة تقطع الجسمين المعلومين فى اضلاعهما واذا كان المراد وجود خط تقاطع مخروطين يقطعان بسطوح مارة برأسى هذين الجسمين واذا كان المقصود وجود خط تقاطع مخروط باسطوانة يقطع هذان الجسمان بسطوح موازية لاضلاع الاسطوانة المعلومة ومارة برأس المخروط المعلوم واذا كان الجسمان المعلومان محركيين يقطع هذان الجسمان بكراة مركزية ومركزها المشترك يكون نقطة تقاطع محورى الجسمين المعلومين فكلا تلك الكراة تقطع كل جسم من الجسمين المعلومين فى دائرة ونقط تقاطع هذه الدوائر من نقط ا[illegible] تقاطع المطلوب ويرسم بسهولة هذا الخط وحيث اننا شرحنا طرق وجود خطوط تقاطع الاجسام المفهومة فلا يلزم رسمها كلها لانه اذا شرحنا رسما واحدا منها او اثنين فهذا الشرح يكفى للاجسام الاخر فنبتدى بشرح رسم خط تقاطع اسطوانتين ببعضهما ولذلك نعتبر ان كل نقطة من نقط الخط المجهول هى نقطة تقاطع ضلعين من الجسمين اللذين

يمر ان بهذه النقطة فى كل من هذين الجسمين واضلاع الجسمين المعلومين
مثنى مثنى فى سطوح موازية لاضلاع الجسمين ولوجود الاثر الافقى لسطح من
هذه السطوح الموازية تمد من النقطة التى مسقطاها ا و ب خطين
موازيين لاضلاع الجسمين فهذان الخطان يقابلان السطح الافقى فى نقطتى
ث و ى فاذا وصلنا بين هاتين النقطتين بخط ث ى فهذا الخط يصير الاثر
الافقى المطلوب واذا امددنا ذلك الاثر يقطع الدائرتين اللتين هما خط تقاطع
الجسمين المعلومين بالسطح الافقى فى نقط ش و ح و ه و ف وهذه
النقط هى نقط تقابل الاضلاع المشتمل عليها سطح ث ى بالسطح الافقى واذا
بحثنا عن مساقط تلك الاضلاع نجدها تقابل السطح الرأسى فى اربع نقط
وهذه النقط التى هى تقابل الاضلاع بسطحى المسقط من نقطه مسقط خط
التقاطع المطلوب ويعلم من ذلك ان كل سطح موازلاضلاع الجسمين يحدث اربع
نقط من مسقط الخط المطلوب وحيث ان الاسطوانتين يدخلان فى بعضهما
ويخرجان من بعضهما يعلم من ذلك انهما يحدثان خطا منحنيا لتقاطعهما
فى الدخول وخطا منحنيا لتقاطعهما فى الخروج وتدرك بالسهولة آثار
هذين الخطين

لاجل ان يشتمل سطح موازلسطح ث ى على ضلعين من اضلاع الجسمين
اللذين نقطتهما المشتركة بينهما من نقط خط من خطى التقاطع المنحنيين يلزم
ان يقطع السطح المذكور الجسمين المعلومين واثره الافقى يقطع الدائرتين اللتين
من كراهما نقطتا ث و ى ويفهم من ذلك انه اذا امددنا خطين مماسين للدائرة
الصغرى من الدائرتين المذكورتين موازيين لخط ث ى فه ... ١١ ،
المماسان يصيران حدى الآثار الافقية ... ...

بضلعين ممتدين فى الجسمين المعلومين لان السد ... ـ ستة عن هذين
الجسمين الموازية لسطح ث ى لاتقطع الاجسام واحدا

اذا علمت اربع نقط من نقط المسقط الرأسى لخط التقاطع المطلوب وهى تقاطع
المساقط الافقية لضلعين من كل من الجسمين المعلومين يسهل وجود المساقط

الافقية

الافقية المطابقة للاربعة مساقط الرأسية المذكورة على المساقط الافقية لتلك الاضلاع بانزال عواميد من النقط الرأسية فاذا تأملنا بعد ذلك نجد ان تلسطحين المطلوبين خطان منحنيان مضعفان الانحناء ورسمهما على سطحى المسقط سهل لان كل سطح مواز لضلعين من اضلاع الجسمين المعلومين يحدث اربع نقط من خط تقاطعهما المطلوب .

واذا اردنا الان امتداد خط مماس لخط من خطى التقاطع فى نقطة من نقط هذا الخط نجعل ان مسقطى النقطة المعلومة هما أ و ب بحيث ان هذه النقطة مشتركة بين الجسمين المعلومين فالخط المماس فى هذه النقطة يلزم ان يوجد فى السطحين المماسين للجسمين المذكورين المشتملين على الضلعين المارين بالنقطة المذكورة ولكن الضلعان المذكوران يقابلان السطح الافقى فى نقطتى هـ و ح فاذا مددنا من هاتين النقطتين خطوطا مماسة للدائرتين اللتين مركزاهما ث و د تنظر ان هذه الخطوط المماسة متوازية ويفهم من ذلك ان السطحين المماسين المذكورين يتقاطعان فى خط افقى مواز للخطوط المماسة المذكورة فمسقط الافقى لخط التقاطع المذكور مواز لهذه الخطوط المماسة وحيث ان هذا الخط يمر بنقطة أ فاذا مددنا من هذه النقطة خطا موازيا للخطوط المماسة يكون هذا الخط الحادث المسقط الافقى لخط تقاطع السطحين المماسين ولكون الخط المماس المطلوب خطا افقيا فمسقطه الرأسي يكون خطا موازيا لخط الارض ويلزم ان يمر بنقطة ب فاذا مددنا من هذه النقطة خطا موازيا لخط الارض فهذا الخط يصير المسقط الرأسى المطلوب اذا [illegible] المماسين للجسمين المعلومين غير متوازيين يلزم [illegible] مماس المطلوب بنقطة تقاطعهما لان هذه النقطة هى نقطة تقابل [illegible] لخط بالسطح الافقى ويفهم بالسهولة المسقط الرأسى للخط المماس المطلوب والخط نفسه

الرسم الوصفى الرابع عشر

اذا اريد رسم خط تقاطع جسمين متحركين متقاطعي المحور على سطحي المسقط

تطراولا انا وجدنا في المسئلة السابقة نقط خط تقاطع الجسمين بعد نقط تقابل اضلاع الجسمين مثنى مثنى في سطح واحد ولكن نأخذ نقطة تقاطع محوري الجسمين كمركز لجملة كراة في المسئلة المراد حلها كما عرفنا سابقا فاذا رسمنا هذه الكراة فكل منها يقطع الجسمين المعلومين في دائرة عمود على محوري الجسمين وجميع هذه الدوائر تتقاطع فنقط تقاطع تلك الدوائر تصير من نقط خط التقاطع المنحني المطلوب ولاجل رسم ماذكرناه على سطحي المسقط نفرض ان السطح الافقي عمود على محور من محوري الجسمين ونفرض ايضا ان السطح الرأسي مواز للمحورين المذكورين وبعد ذلك نجعل نقطة ك وخط و ب مسقطي محور من المحورين وخطي ك ه و ل و مسقطي المحور الثاني ونجعل ايضا المسقط الافقي للجسم الاول الدائرة التي مركزها نقطة ك وبعد ذلك اذا فرضنا سطحا مارا بمحوري الجسمين فهذا السطح يقطع هذين الجسمين في خطين جانبيين ومسقطاهما الرأسيان يصيران خطي ا م ث ى و س غ ى ع المنحنيين وهذان الخطان يصيران حدى المسقطين الرأسيين للجسمين المعلومين واذا فرضنا كرة من نقطة (ك,و) التي هي نقطة تقاطع محوري الجسمين ونصف قطرها يكون خط و م فهذه الكرة تقطع الجسمين في دائرتين خطا غ م و م س مسقطان رأسيان لهما فنقطة م المشتركة بين هذين المسقطين من نقط المسقط الرأسي لخط التقاطع المطلوب وحيث ان النقطة الفراغية التي مسقطها الرأسي نقطة م توجد على الخط المعتدل للجسم الاول الذي مسقطه الرأسي خط م ح فمسقطها الافقي يلزم ان يوجد على المسقط الافقي للخط المعتدل المذكور اعني على الدائرة المرسومة من نقطة ك كمركز و بنصف قطر م ح فاذا رسمنا هذه الدائرة وانزلنا عمودا م ص على خط الارض فنقطة ص تصير المسقط الافقي لنقطة فراغية من نقط خط التقاطع المطلوب التي

مسقطها الرأسى نقطة م فاذا جعلنا الان نقطة و مركزا و بنصف قطر او ترسم كرة اخرى فالخطان المعتدلان الحادثان من هذه الكرة يتقاطعان بالجسمين المعلومين فى نقطتين مسقطهما الرأسى المشترك نقطة ه وموضوعين على الخط المعتدل في الجسم الاول الذى مسقطه الرأسى خط اث ويفهم من ذلك ان المسقطين الافقيين للنقطتين المذكورتين يلزم ان يكونا على الدائرة المرسومة من نقطة ك كمركز و بنصف قطر ا ح فاذا رسمناهذه الدائرة وانزلنا من نقطة ه عمودا على خط الارض فنقطتا تقاطع هذا العمود بهذه الدائرة هما المسقطان الافقيان للنقطتين المذكورتين اللتين من نقط خط التقاطع المطلوب ومسقطهما الرأسى المشترك بينهما نقطة ه وبهذه الطريقة يمكن وجود جملة نقط مسقطية رأسية من نقط مسقطى خط التقاطع المطلوب والان نبحث على امتداد خط مماس لخط التقاطع الذى وجد ولاجل ذلك ننظر اولا ان الخط المماس المطلوب هو خط تقاطع السطحين المماسين للجسمين المعلومين فى النقطة المشتركة بين هذين الجسمين فاذا علمنا الاثرين الافقيين للسطحين المماسين نعلم ان نقطة تقاطعهما تصير نقطة تقابل الخط المماس المطلوب بالسطح الافقى ويسهل علينا بعد ذلك وجود مسقطى الخط المماس المطلوب ولاجل ذلك نجعل نقطتى آ و ـَ مسقطى النقطة المشتركة المتقدمة فالسطح المماس للجسم الاول فى النقطة المذكورة يوجد كما فى الرسم الثامن الوصفى واثره الافقى يصير خط ش ض عمودا على خط كـ فالنقطتان الموجودتان على الجسمين المعلومين اللتان مسقطاهما نقطتى آ • ا، خط معتدل واحد والخط المماس للخط المعتدل المار بالنقطة . . . . المذكورتين بقطع المحور فى نقطة مسقطها الرأسى نقـ . . .هم من ذلك ان خط حَ ا هو المسقط الرأسى للخط المماس المطلوب فى النقطة المفروضة (راجع الرسم الوصفى ٨ م) والخط العمودى على خط تقاطع الجسمين فى النقطة المفروضة الذى مسقطه الرأسى خط ح يقطع محور الجسم فى نقطة مسقطها الرأسى نقطة ـَ وهذه

النقطة نقطة تقاطع جميع الخطوط العمودية المارة بالنقط من الجسم الموضوعة على الخط المعتدل الذى خط ع غ مسقطه الرأسى فالنقطة المذكورة مسقطها الافقى نقطة ثً والخط العمودى فى نقطة (أَ و بَ) التى هى على الجسم الثانى يصير مسقطاه خطى أ ثَ و ثً ثَ
كذلك سابقا ان نقطة (ثً ثَ) هى نقطة تقاطع جميع الخطوط العموديه على نقط الجسم الموضوعة على الخط المعتدل الذى مسقطه الرأسى خط ع غ
ولايضاح ذلك نجعل خطين جانبيين مارين بنقطتين من نقط خط معتدل واحد فنظر بالسهولة ان هاتين النقطتين لهما افقى مشترك وتمام عمودين مشترك (راجع تطبيق الجبر بالهندسه) وحيث ان المحور الاعظم من هذين الخطين هو محور الجسم عينه يفهم من ذلك ان الخطين العمودين فى النقطة المذكوره يتقاطعان فى نقطة واحدة من نقط المحور المذكور
يمكن ان نجعل المثلث الذى مسقطه الرأسى ع ح ثَ يدور حول محور الجسم ففى هذا التحرك الخط المماس الذى مسقطه الرأسى خط ع حَ يصير مماسا لجميع الخطوط الجانبية المارة من نقط خط ع غ المعتدل فى كل من المواضع التى يوجد فيها الخط المماس المذكور فى تنقله فالخط الذى مسقطه الرأسى خط ع ثً يفضل دائما عمودا على الخط المماس ويعلم من ذلك ان النقطة التى مسقطاها ثَ و ثً هى النقطة المطلوبة
حيث اننا نعلم الان المسقط الافقى للخط العمودى فى نقطة (عَ أَ) التى على الجسم الثانى نعلم ان السطح المماس لهذا الجسم فى نقطة (ثَ ثً) عمود على هذا الخط ويفهم من ذلك انه لاجل وجود الاثر الافقى للسطح المماس المذكور يكفى ان نعلم نقطة من نقط هذا الاثر ولذلك نفرض من نقطة (أَ ثً) فى السطح المماس المجهول خطا مستقيما موازيا للاثر الرأسى لهذا السطح فالمسقط الرأسى لهذا الخط المفروض يصير موازيا للاثر الرأسى الذى للسطح المماس ويصير ايضا عمودا على المسقط الرأسى للخط العمودى المذكور فاذا انزلنا من نقطة أ عمودا على خط ثَ أ فهذا العمود يصير المسقط

الرأسى للخط الموازى المفروض والمسقط الافقى لهذا الخط خط مواز لخط الارض ممتد من نقطة بَ واذا بحثنا عن نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الافقى نجدها من نقط الاثر الافقى للسطح المماس فى النقطة التى مسقطاها نقطتا آ و بَ التى هى على الجسم الثانى واذا انزلنا من هذه النقطة خطا عمودا على خط اَدَ فهذه العمود يصير الاثر الافقى للسطح المماس المذكور والاثران الافقيان للسطحين المماسين للجسمين المعلومين يتقاطعان على السطح الافقى فى نقطة ضً وهذه النقطة نقطة تقابل الخط المماس لخط تقاطع الجسمين بالسطح الافقى فاذا وصلنا بين ضَ و بَ وبين ضَ تَ فالخطان الحادثان يصيران مسقطى الخط المماس المطلوب

دعوای عملیه هندسیه ممکن حلها بطرق الهندسة الوصفیة

الدعوی الاولی

طریقة مرور کرة من اربع نقط فراغیة معلومة

ننظر اولا کیف تصیر المسئلة اذا لم یعلم الا نقطتان او ثلاث نقط فی الفراغ
فاذا علمت نقطتان فقط ینظر بالسهولة ان المسئلة لا یمکن حلها لانه اذا وصلنا
بین هاتین النقطتین بخط مستقیم وفرضنا من نقطة تنصیف هذا الخط سطحا
عمودا علی هذا الخط یعلم بالبداهة ان جمیع نقط هذا السطح متساویة الابعاد
من النقطتین المعلومتین ویفهم من ذلك انه یمر حینئذ کراة من هاتین النقطتین
لا کرة واحدة ولاجل اثبات ذلك نجعل ا و ب النقطتین المعلومتین (شکل ١
و ح خ السطح العمود علی خط ا ب المار بنقطة و التی هی نقطة
تنصیف خط ا ب المستقیم الواصل بین نقطتی ا و ب ونفرض فی سطح
ح خ نقطة م کل ما کانت ونصل بین نقطتی م و ا ونقطتی
م و ب فمثلثا م ا و و م ب و الحادثان یکونان متساویین
لان خط م و ضلع مشترك بین هذین المثلثین وضلع ا و مساو لضلع
و ب کما ذکر سابقا وبعد ذلك خط م ا یصیر مساویا لخط و ب
ویثبت ایضا ان جمیع النقط المأخوذة علی السطح العمودی متساویة
الابعاد من النقطتین المعلومتین

یلزم الان ان نثبت ان النتیجة التی ذکرت مختصة بنقط السطح العمودی فقط
ثم نفرض نقطة د من خارج السطح العمودی المذکور ونصل
بین م و ا ونقطتی م و ب فخط ا د یقطع السطح المذکور
فی نقطة م کل ما کانت ولکن فی مثلث م د ب یوجد د ب
< م د + م ب فاذا وضعنا عوضا عن خط م ب خط م ا
المساوی له فالحالة السابقة تصیر د ب < م د + م ا او د ب
< د ا وهذا هو الاثبات المطلوب فالان اذا علمت ثلاث نقط فراغیة

ننظر ان هذه النقط على سطح مستو واحد دائما وبعد ذلك نجعل
ا و ب و ث الثلاث نقط المعلومة (شكل ٢) فالكرة التي تمر بنقطتي
ا و ب لها مركز يوجد على السطح العمود على الخط الواصل بين
ا و ب المار بنقطة و المنصفة لهذا الخط وكذلك الكرة المارة بنقطتي
ب و ث لها مركز يوجد على السطح العمود على الخط الواصل بين
نقطتي ث و د المار بنقطة و المنصفة لهذا الخط فمركز الكرة المطلوبة
يلزم ان يوجد على كل من السطحين العمودين المذكورين ويفهم من ذلك ان
هذا المركز نقطة من نقط خط تقاطع هذين السطحين حيث ان جميع نقط خط
التقاطع المذكور متساوية الابعاد من الثلاث نقط المعلومة ومن ذلك
يفهم بالسهولة ان عدد الكرات التي تمر بالثلاث نقط المعلومة لا نهاية له
السطحان العمودان المماران بنقطتي و و ء اللتين هما نقطتا تنصيف
خطي ا د و ب ث يتقاطعان دائما حين تكون الثلاث نقط المعلومة
ليست على خط واحد مستقيم

فاذا وجد الان اربع نقط كنقط ا, ب, ث, هـ ولكن ليست على
سطح مستو واحد نفعل اولا بالثلاث نقط الاولى اعني ا, ب, ث
كما فعلنا بالثلاث نقط السابقة فيوجد خط تقاطع السطحين العمودين الذي
نقطه كلها متساوية الابعاد من الثلاث نقط المذكورة واذا وصلنا بعد ذلك
بين نقطة هـ ونقطة من نقط ا, ب, ث الثلاث مثلا بين هذه النقطة
ونقطة ا ومددنا سطحا عمودا على خط هـ ا في نقطة تنصيف هذا الخط
فجميع نقط هذا السطح تصير متساوية الابعاد من نقطتي ا و و ويفهم
من ذلك ان نقطة تقابل خط تقاطع السطحين الاولين بالسطح الثالث هي مركز
الكرة المطلوبة فالرسم الوصفي لهذه المسئلة سهل تنبه فقط على انه يلزم بعد وجود
مركز الكرة المطلوبة على سطحي المسقط ان تكون الابعاد التي بينه وبين
الاربع نقط المعلومة متساوية

الدعوى الثانية

طريقة وجود ثلاثة اشياء من الستة المركب منها اهرام مثلثى بعد ادراك الثلاثة الاخر

وليعلم قبل حل هذه الدعوى ان الفراغ الواقع بين سطحين من السطوح المركب منها الهرام المعلوم يسمى زاوية مجسمة والفراغ الواقع بين اضلاع الهرام مثنى مثنى يسمى زاوية مستوية فالزاوية الواقعة بين سطحين مستويين من سطوح الجسم المعلوم مساوية للزاوية الواقعة بين عمودين منزلين على هذين السطحين من نقطة مفروضة من خارج هذين السطحين وليست فى الزاوية المذكورة لانها لو كانت فى الزاوية المذكورة لكانت الزاوية الواقعة بين العمودين المذكورين زاوية السطحين المطلوبة ولاجل اثبات ذلك نجعل م ن و ح خ السطحين المعلومين ونقطة ا النقطة التى هى خارجة عن هذين السطحين فاذا انزلنا من نقطة ا عمودى اث و اب على سطحى م ن و ح خ وجعلنا سطحا مارا من هذين العمودين فهذا السطح يقطع السطحين المذكورين فى خطى ث ى و ى ه وينظر بالسهولة ان هذين الخطين عمودان على خط م ح الذى هو خط تقاطع السطحين المذكورين ويتقاطعان فى نقطة واحدة على هذا الخط وينظر ايضا ان زاوية ث ى ه هى مقدار الزاوية الحادثة بين السطحين المذكورين

فمثلثا اب ث و ب ى ه متشابهان لان زاويتى ب و ى ... اوية ث مساوية لزاوية ه لكون كل منهما قائمة ومن ... ى او الزاوية الواقعة بين السطحين المذكورين مساوية

فاذا فرضنا الان ان نقطة ا (شكل ٤) فى الزاوية الحاصلة بين السطحين المذكورين وانزلنا من هذه النقطة عمودى اب و اى على كل من هذين السطحين فهذان العمودان يحدثان سطحا مستويا وهذا السطح

يقطع السطحين المذكورين فى خطى ث ب و ث ى وحيث ان زاويتى
ب و ى قائمتان فمجموع زاويتى ا و ث يصير مساويا لزاويتين قائمتين
ويفهم من ذلك ان الزاوية الواقعة بين العمودين المذكورين فى هذه الحالة هى
تمام الزاوية الحاصلة بين السطحين المعلومين

اذا اخذت نقطة و من داخل اهرام مثلثى وانزل من هذه النقطة عمد
و ف و و ى و و هـ على سطوح ا ب هـ . و ا ب ر و ب ب ث
الثلاثة وفرضت سطوح مارة من هذه العواميد مثنى مثنى وسطحا ما ينقط
ف و ى و هـ الثلاث فهذه السطوح تحدث اهراما مثلثيا وهو
و ى ف هـ وهذا الاهرام يسمى اهراما متمما للاهرام الاول ويسمى بذلك لان
الزوايا المستوية فى هذا الجسم متممة لزوايا الاهرام الاول المستوية وبالعكس
لانه اذا اخذنا نقطة ومن داخل الزاوية الواقعة بين سطحى ا ب ث و ا ب ب
فزاوية و و ف هى المتممة للزاوية الواقعة بين السطحين المذكورين
ويثبت كما ذكر ان زوايا الاهرام الثانى المستوية متممة للزوايا المستوية التى
فى الاهرام الاول وهذا هو المطلوب

الستة اشياء المركب منها اهرام مثلثى وهى الثلاث زوايا الاول والثلاث زوايا
المستوية اذا تركبت وتوفقت مع بعضها ثلاثا ثلاثا تفيد عشرين وجها
للتركيب ولكن تلك الاوجه ليس لها الاست حالات مختلفة

الحالة الاولى الثلاث زوايا المجسمة فقط الحالة الثانية سطحان والزاوية الواقعة
بينهما الحالة الثالثة سطحان والزاوية المقابلة لاحدهما الحالة الرابعة
الثلاث زوايا المستوية فقط الحالة الخامسة زاويتان والسطح الحاصل بينهما
الحالة السادسة زاويتان والسطح المقابل لاحدهما فما ذكرناه للاهرام المتمم
تنظر بالسهولة ان الثلاث حالات الاخيرة تؤول الى الثلاثة الاول لانه اذا فرضنا
انه يعلم ثلاث زوايا من اهرام فتلك الزوايا تعتبر كانها ثلاثة سطوح من الاهرام
المتمم للاهرام المعلوم فاذا اوجدنا الثلاثة اشيا الباقية للاهرام المتمم بطريقة
حل الحالة الاولى وفرضنا انه معلوم واخذنا متمم اجزاء هذا الاهرام المتمم

فالاجزاء الحادثة هي التي تركب الاهرام الاول ويفهم من ذلك انه يكفي ان نبحث عن حل الثلاث حالات الاول

حل الحالة الاولى

طريقة وجود الثلاث زوايا المركب منها اهرام مثلثي بعد ادراك سطوحه الثلاثة هي ان نجعل ا س ب و ا س ث و ث س ب (شكل ٦) الثلاثة سطوح المعلومة ونفرض ان سطحي ا س ب و ب س ث ينطبقان على سطح ا س ث فاذا اخذنا من نقطة ف بعدى س ف و س ه متساويين نعتبر نقطتي ف و ه كانهما حادثتان من نقطة واحدة من نقط الضلع الثالث بعد التحرك الذي فرض لان كلا من نقط هذا الضلع في هذا التحرك لا يتغير بعدها من نقطة س وبعد ذلك اذا انزلنا من نقطتي ه و ف عمودي ه و و ف و على خطي ا س و ث س فهذان العمودان يعتبران كانهما المسقطان على سطح ا س ث للقوسين من الدائرتين المرسومتين من تحرك النقطة الحادثة من نقطتي ه و ف واذا فرضنا الان ان خط ح ه يعود الى موضعه الاول فهذا الخط يفضل دائما عمودا على خط س ث والزاوية الواقعة بين خطي ح ه و و ح تصير الزاوية الحاصلة بين سطحي ا س ث و ث س ى ولاجل رسم هذه الزاوية ندور سطحها حول خط و ح حتى يصير سطحا واحدا مع سطح ا س ث والنقطة التي من الضلع الثالث يلزم وجودها بعد التحرك على ... من نقطة و على خط و ح وما عداها يوجد على قوس دائرة ... نقطة ح كمركز و بنصف قطر ح ه فاذا فعلنا ما ذكرناه ... سلنا بين نقطتي ش و ح فزاوية ش ح و تصير الزاوية المطلوبة ونفعل ايضا كذلك بسطحي الزاوية الحاصلة بين سطحي ا س ث و ا س ب ولوجود الزاوية الثالثة اى الحادثة بين سطحي ا س ب و ث س ى نفرض سطحا عمودا على الضلع الثالث من نقطة من نقط هذا

الضلع المشار اليه بعد التحرك بنقطتى ف و هـ فالسطح المذكور يقطع سطحى ا ب ث و ث ب ى فى خطين عمودين على الضلع الثالث المذكور وهذان العمودان يحدثان بينهما زاوية سطحى ا ب ث و ث ب ى ولكن الخطان العمودان المذكوران يفضلان دائما فى موضعهما مدة التحرك فيفهم من ذلك انه لاجل وجودهما يكفى ان يقام من نقطتى هـ و ف عمودا هـ م و ف ن على خطى ب ن و ب ث ويعلم بذلك ان خط م ن اثر السطح العمود على الضلع الثالث الذى هو على سطح ا ب ث وان تقاطع السطح العمود المذكور بالاهرام المذكور مثلث اضلاعه خطوط م ن و م هـ و ن ف والزاوية المقابلة لخط م ن فى هذا المثلث هى الزاوية المطلوبة فاذا رسم هذا المثلث تعلم الزاوية الثالثة للاهرام المعلوم

الحالة الثانية

اذا اريد وجود الثلاثة اشياء المجهولة من اهرام مثلثى بعد ادراك السطحين والزاوية الواقعة بينهما

فلاجل ذلك تجعل ا ب ث و ى ب ث (شكل ٧) السطحين المعلومين و ى الزاوية المعلومة وبعد ذلك نفرض ان سطح ث ب ى يدور حول خط ب ث حتى ينطبق على سطح ا ب ث وناخذ على خط ث ى نقطة هـ كلما كانت ونفرضها مشيرة لنقطة من الضلع الثالث بعد التحرك فاذا انزلنا من نقطة هـ عمود هـ ح على خط ب ث وعاد بعد ذلك سطح ث ب ى لموضعه الحقيقى فخطا ف ح و وَ ح يحدثان بينهما زاوية مساوية لزاوية ى والان اذا ورنا سطح هذه الزاوية حول خط و هـ الى ان يصير سطحا واحدا مع سطح ا ب ث ففى هذا التحرك خط ح هـ يتغير بخط ح ب الذى تحدث بينه وبين خط وَ ح زاوية ش ح وَ مساوية لزاوية ى فاذا اخذنا خط ح ب مساويا لخط ح هـ وانزلنا عمود ش و على خط وَ ح فنقطة

و تصير المسقط على سطح ا ب ث للنقطة التي هي من نقط الضلع الثالث المنبه عليه بحرف هـ واذا انزلنا من نقطة و عمودا على خط ب ا ورسمنا قوس دائرة من نقطة ب كمركز و بنصف قطر ب هـ فهذا القوس يقطع خط و ت في نقطة ف فاذا وصلنا بين نقطتي ب و ف فسطح ف ب ا يصير السطح الثالث المطلوب وبعد ذلك يسهل علينا ايجاد السطحين الباقيين

الحالة الثالثة

اذا فرضنا ان السطحين معلومان وكذلك الزاوية المقابلة لاحدهما والمراد ايجاد الثلاثة اشياء الباقية لتركيب هرام مثلثي

نجعل (شكل ٨) ا ب ث و ث ب د السطحين المعلومين و الزاوية المقابلة لسطح ث ب د وبعد ذلك ندور سطح ث ب د حول ث ب حين يصير سطحا واحدا مع سطح ا ب ث ونجعل لاجل الاستسهال سطح ا ب ث سطحا افقيا فاذا انزلنا من نقطة كل ما كانت من نقط خط ب د المستقيم عمود هـ ح على خط ب ث وجعلنا من خط هـ ح ا سطحا قائما فهذا السطح يقطع الهرام المجهول في المثلث الذي ضلعاه خطا ا ح و ح هـ والضلع الثالث خط تقاطع السطح المذكور بالسطح الثالث المعلوم واذا دورنا الان السطح القائم المذكور حول خط ا هـ الى ان يصير سطحا واحدا مع سطح ا ب ث فالنقطة التي هي من نقط الضلع الثالث [illegible] المنبه عليه بنقطة هـ يلزم ان توجد على الدائرة المرسومة من نقطة [illegible] و بنصف قطر ح هـ وان توجد ايضا على الضلع الثالث للمثلث و لاجل ايجاد هذا الضلع بعد التحرك الثاني ننظر انه يلزم ان يمر بنقطة [illegible] ننزل من نقطة ح عمود ح ف على خط ب ا ومن هذا العمود نجعل سطحا قائما فاثر هذا السطح الذي على السطح الثالث المذكور سابقا وخط ف ح يحدثان زاوية مساوية لزاوية ك ونقطة

تقاطع الخط المذكور مع الخط القائم من نقطة ح تصير من نقط خط تقاطع السطح القائم بالسطح الثالث للهرام

ولايجاد مقدار الخط القائم المذكور نفرض ان السطح القائم المار بخط ف ح يدور حول هذا الخط حتى ينطبق على سطح ا ب ث وننشئ فى نقطة ف زاوية و ف ح مساوية لزاوية ك وننزل من نقطة ح عمود ح و على خط ف ح فننظر مع السهولة ان خط ح و هو المقدار والمطلوب للخط القائم المذكور فاذا دورنا الان السطح القائم الاول حول خط ا ه حتى يصير سطحا واحدا مع سطح ا ب ث فالخط القائم المذكور ينطبق على خط ث ح المستقيم ونقطة و تقع على نقطة ح ويكون خط ح ث مساويا لخط ح و واذا وصلنا بين نقطتى ا ث بخط ا ث يصير مقدار ضلع المثلث المطلوب واذا رسمنا الان قوس دائرة من نقطة ح كمركز وبنصف قطر ح ه فهذا القوس يقطع خط ا ث فى نقطتى م و ن ومن ذلك يفهم ان للدعوى التى نبحث فى حلها حلين حقيقيين واذا فرضنا ان السطح الثالث الذى ذكر يدور حول خط ا ب حتى يصير سطحا واحدا مع سطح ا ب ث فنقطتا م و ن يلزم ان تكونا بعد التحرك على قوسى دائرتين مرسومين من نقطة ا كمركز و بنصفى قطر ا م و ا ن وان توجدا ايضا ببعدين من نقطة ب مساويين لخط ب ه فاذا رسمنا قوس دائرة من نقطة ب كمركز و بنصف قطر مساو لخط ب ه فهذا القوس يقطع الدائرتين المذكورتين سابقا فى نقطتى ش و ى واذا وصلنا بين نقطتى ش و ى وبين نقطتى ب و ش فزاويتا ى ب ا و ش ب ا يصيران السطحين الثلاثيين المحدثين مع الاشياء المعلومة زاوية مجسمة مثلثية ويفهم من ذلك ان عدد حل هذه الدعوى يعلم من عدد نقط تقاطع خط ا ث المستقيم بقوس الدائرة المرسومة من نقطة ح كمركز و ببعد ح ه كنصف قطر وحيث ان الخط لا يمكنه مقابلة القوس الا فى نقطتين يعلم من ذلك ان الدعوى المذكورة يمكن حلها

بطريقتين واذا كان الخط المستقيم المذكور مماسا للقوس المذكور فلا يحدث الا حل واحد واذا كان لا يمكنه مقابلة القوس المذكور اصلا فهذه الدعوى لا يمكن حلها في هذه الحالة واما في الحالة الثانية فيمكن حلها من غير شك وفي الحالة الاولى يعلم انه اذا جعلت ثلاث زوايا مستوية فبعض الاوقات لا يمكن تركيب زاوية مجسمة مثلثية من تلك الزوايا لانه لاجل امكان ذلك يلزم ان يكون حاصل جمعها اقل من اربع زوايا قائمة وان تكون كل زاوية منها اصغر من حاصل جمع الزاويتين الاخريين مع بعضهما وتكون الزاوية الصغيرة منها اعظم من تفاضل الزاويتين الاخريين ويثبت ذلك بالدعوتين الاخريين من المقالة الخامسة في اصول لژندر فاذا لم يحصل ما ذكرناه فتركيب الزاوية المجسمة بعد ادراك ثلاثة سطوح غير ممكن وبالله التوفيق

الان قد تمت ترجمة اللازم من الهندسة الوصفيه والى الطلبه اينعت اثمار رياضه الرهيه وتفجرت ينابيع حكمه الشهيه للواردين وقرت بجواهر مسائله اعين الناظرين فالحمد لله على الاعانه في البدء والختام والصلاة والسلام على خير الانام واله وصحبه البررة الكرام